



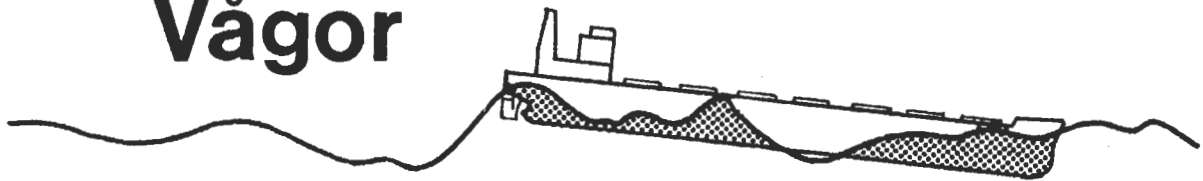
KUNGL. TEKNISKA HÖGSKOLAN

THE ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
S-100 44 STOCKHOLM Sweden

Institutionen för Skeppsbyggnad
Department of Naval Architecture

Statistiska metoder
för beräkning av:

Vågor



och Gensvar

Kompendium
av
Mikael Huss

KTH 1983

FÖRORD

Föreliggande kompendium är avsett att ingå som en del i kursmaterialet för Skeppsbyggnad Allmän Kurs på KTH.

Framställningen har av hänsyn till kursavsnittets begränsade omfattning gjorts så koncentrerad som möjligt och bör ses som en introduktion till användandet av statistiska metoder inom skeppsbyggeriet.

Tyngdpunkten är lagd på beskrivningen av vågornas statistiska fördelningar medan gensvarsberäkningar behandlas mycket summariskt. Så tas t ex beräkningsmetoder för icke linjära gensvar överhuvudtaget inte upp trots att de har en dominerande betydelse vid dimensionering av offshorekonstruktioner.

Utvecklingen på framför allt den hydrodynamiska delen av gensvarsberäkningar går snabbt framåt och det publiceras årligen ett stort antal vetenskapliga arbeten inom området. Den som är intresserad av fördjupade studier finner i litteraturförteckningen en rad övergripande verk som tillsammans innehåller tusentalet vidare referenser.

Stockholm 1983-02-10

Mikael Huss

I den tredje upplagan har utöver vanliga korrekturändringar avsnittet om slamning omarbetats och utökats något.

Stockholm 1988-09-22

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

BETECKNINGAR

1 ENKLA GRAVITATIONSVÅGOR	1.1
Trokoidvåg	1.2
Harmonisk cosinusvåg	1.3
Tryckfördelning	1.6
Energi	1.7
2 STATISTISKA GRUNDBEGREPP	2.1
Analys - Stickprov	2.2
Normalfördelningen	2.3
Centrala gränsvärdessatsen	2.4
Weibull-fördelningen	2.5
Rayleigh-fördelningen	2.5
3 OREGELBUNDNA VÅGOR	3.1
Energispektrum	3.5
Våghöjd	3.8
Kortkammiga vågor	3.14
4 VÅGSTATISTIK	4.1
Energispektrum	4.1
Pierson - Moskowitz spektrum	4.2
ITTC spektrum	4.5
ISSC spektrum	4.6
JONSWAP spektrum	4.7
Spridningsfunktionen $f(\mu)$	4.11
Långtidsfördelning av vågor	4.12
Samband Vind-Våghöjd-Medelperiod	4.21
5 GENSVAR I VÅGOR	5.1
Kvasistatisk analys	5.2
Dynamisk analys	5.4
Gensvar i oregelbundna vågor	5.6
Korttidsfördelning av gensvar	5.9
Kombination av gensvar	5.11
Slamming	5.11
Vatten över däck	5.13
Fartminskning	5.14
Gensvarsperioder i oregelbunden sjö	5.15
Långtidsfördelning av gensvar	5.17
Metoder för dimensionering	5.19

LITTERATURFÖRTECKNING

APPENDIX A

Exempel på gensvar i oregelbunden kortkammig sjö

APPENDIX B (separat)

Beräkningsexempel

BETECKNINGAR

Här nedan följer en lista över beteckningar som används i kompendiet.

Samma beteckning kan ha flera olika betydelser men av sammanhanget torde det framgå vilken som är giltig i varje enskilt fall. Beteckningar som bara förekommer vid ett enskilt tillfälle har inte tagits med i listan utan definieras i samband med användandet.

För både våghöjder och gensvar anges konsekvent enkelamplitud med liten bokstav och dubbelamplitud med stor.

SI-enheter gäller genomgående då inget annat specificerats.

- a Godtycklig amplitud i svängningsrörelse.
Parameter i Weibullfördelning (5.43).
- A Parameter i Pierson-Mosowitz vågspektrum.
Parameter i Weibullfördelning (4.53).
Acceleration (dubbelamplitud), (Appendix A).
- b Parameter i Weibullfördelning (5.44).
- B Parameter i P-M vågspektrum.
Parameter i Weibullfördelning (4.44), (4.55).
Fartygsbredd.
- c Våghastighet = λ/T .
- C Säkerhetsfaktor.
- E Energi.
(I viss litteratur Rayleighparametern för enkelamplituder, se (5.13)).
- f Frekvens = $\omega/2\pi$.
Risknivå.
- F Fribordshöjd
F(x) Fördelningsfunktion.
F_{nL} Froudes tal = V/\sqrt{gL} .
- g Tyngdaccelerationen.
Godt. gensvar (enkelamplitud).
- G Godt. gensvar (dubbelamplitud).
GM Metacenterhöjd.
- h Våghöjd (enkelamplitud).
Vattendjup (Kap. 1)
- H Våghöjd (dubbelamplitud)

k	vågta $\lambda = 2\pi/\lambda$ Parameter i Weibullfördelning.
L	Fartygslängd.
m	"Fördelningsmoment", m_0 specifikt arean under $S_\zeta(\omega)$. Parameter i Weibullfördelning. Statisk momentfaktor (5.4).
M	Belastningsmoment, i App. A: (dubbelamplitud).
N	Totalt antal cykler.
p	Tryck. Sannolikhet.
Q(x)	Sannolikhet för överskridande av x, $= 1 - F(x)$.
r	Relativ rörelse (enkelamplitud)
\dot{r}	Relativ hastighet (-"-)
R	Rayleighparameter. Relativrörelse (dubbelamplitud).
\dot{R}	Relativ hastighet (-"-).
S	Vågbranthet $= H/\lambda$. Energi- eller Spektrumoperator.
S(ω)	Energispektrum.
t	Tidsvariabel.
T	Vågperiod. Fartygsdjupgående.
V	Fart.
w	Vågsystem.
x	Godt. variabel. Rumskoordinat.
y	Rumskoordinat
Y	Transferfunktion.
z	Rumskoordinat. Hävningrörelse (enkelamplitud)
Z	Hävningrörelse (dubbelamplitud)

β	Parameter i JONSWAP spektrum (4.21-33). Relativ vågriktning.
γ	Parameter i JONSWAP spektrum (4.21-33) Parameter i Weibullfördelning (4.48-49)
ϵ	Fasvinkel.
ϵ_b	Bandbredd.
ζ	Momentanvärde av vågrörelsen.
η	Momentanvärde av fartygsrörelse.
θ	Stampningsrörelse (dubbelamplitud).
κ	Dimensionslös tröghetsradie (5.35), (5.38).
λ	Våglängd.
μ	Riktningsskomponent i vågspektrum.
ξ	Momentanvärde av godt. gensvar.
ρ	Densitet.
σ	Standardavvikelse. Parameter i JONSWAP spektrum (4.21-33) Spänning.
τ	Tidsperiod. Dimensionslös egenperiod (5.37-38)
φ	Rullningsrörelse (enkelamplitud).
Φ	Hastighetspotential för vågrörelsen. Standardiserad Normalfördelning. Rullningsrörelse (dubbelamplitud).
ω	Vinkelfrekvens.

KAP.1 ENKLA GRAVITATIONSVÅGOR

Vi betraktar en två-dimensionell vågrörelse på ytan av en vätska. Vågorna antas ha oändligt långa, raka och parallella kammar, samma avstånd mellan kamrarna och samma våghöjd. Sådana vågor kallas för regelbundna och är möjliga att behandla analytiskt vad gäller hastighetsfördelning, tryckfördelning och energiinnehåll.

Vågkamrarna fortplantar sig över ytan med en hastighet $c = \lambda/T$ vinkelrätt mot utbredningsriktningen

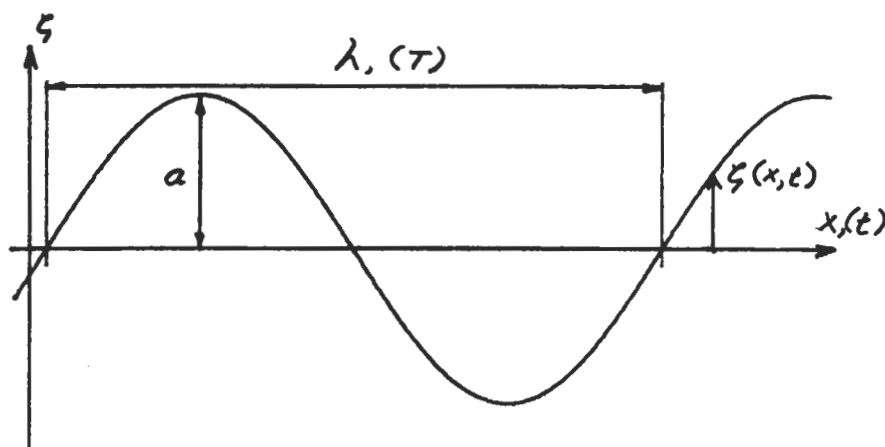


Fig. 1.1

Vi definierar följande storheter:

$$\lambda = \text{våglängd}$$

$$T = \text{vågperiod}$$

$$c = \text{våghastighet} = \frac{\lambda}{T}$$

$$k = \text{vågta}l = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \text{våg(-vinkel-)frekvens} = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = \text{vågamplitud}$$

Trokoidvåg

Innan man började räkna statistiskt på oregelbundna sjötillstånd använde man enstaka regelbundna designvågor av viss bestämd höjd och längd för att uppskatta t ex maximalt böjmoment för ett fartyg vid gång i vågor. Man överförde alltså ett dynamiskt belastningsförlopp till en statisk beräkningsmodell och valde ofta en våg med längden $\lambda = \text{fartygets } L_{pp}$ och våghöjden $H = \lambda/20$ som "standardvärde".

En vanlig regelbunden vågtyp vid sådana statistiska beräkningar var trokoidformad och definierad av ekvationerna

$$(1.1) \quad x = -R\omega t - r \sin\omega t$$

$$(1.2) \quad z = R + r \cos\omega t$$

där $r = r_0 e^{-kz}$ anger radien i vattenpartiklarnas cirkelrörelse. Vågamplituden vid ytan är r_0 och våglängden $\lambda = 2\pi R$.

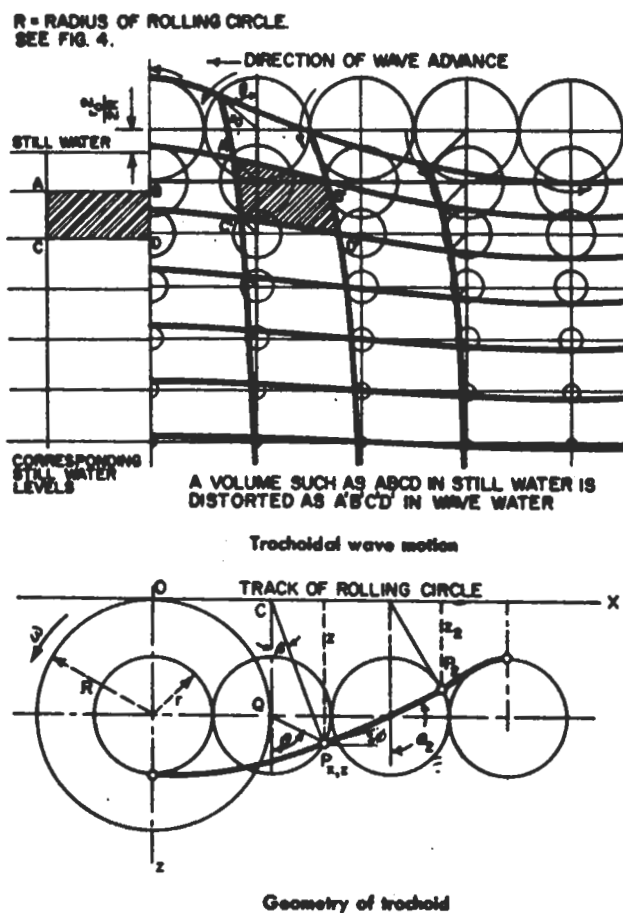


Fig. 1.2
(Ur /1/)

Trokoidvågen har en skarpare kam än dal och efterliknar väl de regelbundna vågor som kan genereras i ett våglaboratorium.

Harmonisk cosinusvåg

I fortsättningen kommer vi endast att behandla harmoniska regelbundna vågor av typen

$$(1.3) \quad \zeta = a \cos(kx - \omega t)$$

Dessa är enkla att behandla teoretiskt och väl lämpade att beskriva komponenterna i ett oregelbundet vågsystem.

Vi ska här skissera den teoretiska behandlingen av en harmonisk vågrörelse. För en mera utförlig analys hänvisas till litteratur i hydrodynamik. Beteckningarna varierar något mellan olika framställningar och de som har använts här ansluter sig till beteckningarna i Society of Naval Architects and Marine Engineers' (SNAME) standardverk "Principals of Naval Architecture", 1967.

Vattenpartiklarnas hastighet kan beskrivas av en hastighetspotential ϕ som under förenklade randvillkor (flack, isobarisk vågyta, plan botten) blir

$$(1.4) \quad \phi = a c \frac{\cosh(k(h-z))}{\sinh(kh)} \cdot \sin(kx - \omega t)$$

där z = vertikal koordinat (noll vid lugnvattenytan, positiv nedåt)

h = vattendjupet

För djupt vatten får vi

$$(1.5) \quad \phi = a c e^{-kz} \sin(kx - \omega t)$$

Partikelrörelsernas horisontella och vertikala hastighetskomponenter ges av $-\frac{\partial \phi}{\partial x}$ och $-\frac{\partial \phi}{\partial z}$ som för djupt vatten

blir

$$(1.6) \quad -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -k a c e^{-kz} \cos(kx - \omega t) = -\omega a e^{-kz} \cos(kx - \omega t)$$

$$(1.7) \quad -\frac{\partial \phi}{\partial z} = k a c e^{-kz} \sin(kx - \omega t) = \omega a e^{-kz} \sin(kx - \omega t)$$

Ekvationerna beskriver en cirkulär partikelrörelse med radien $a e^{-kz}$.

På grunt vatten blir partikelbanan elliptisk för att mot botten övergå till en ren periodisk translationsrörelse med amplituden $a/\sinh(kh)$. Se fig 1.3.

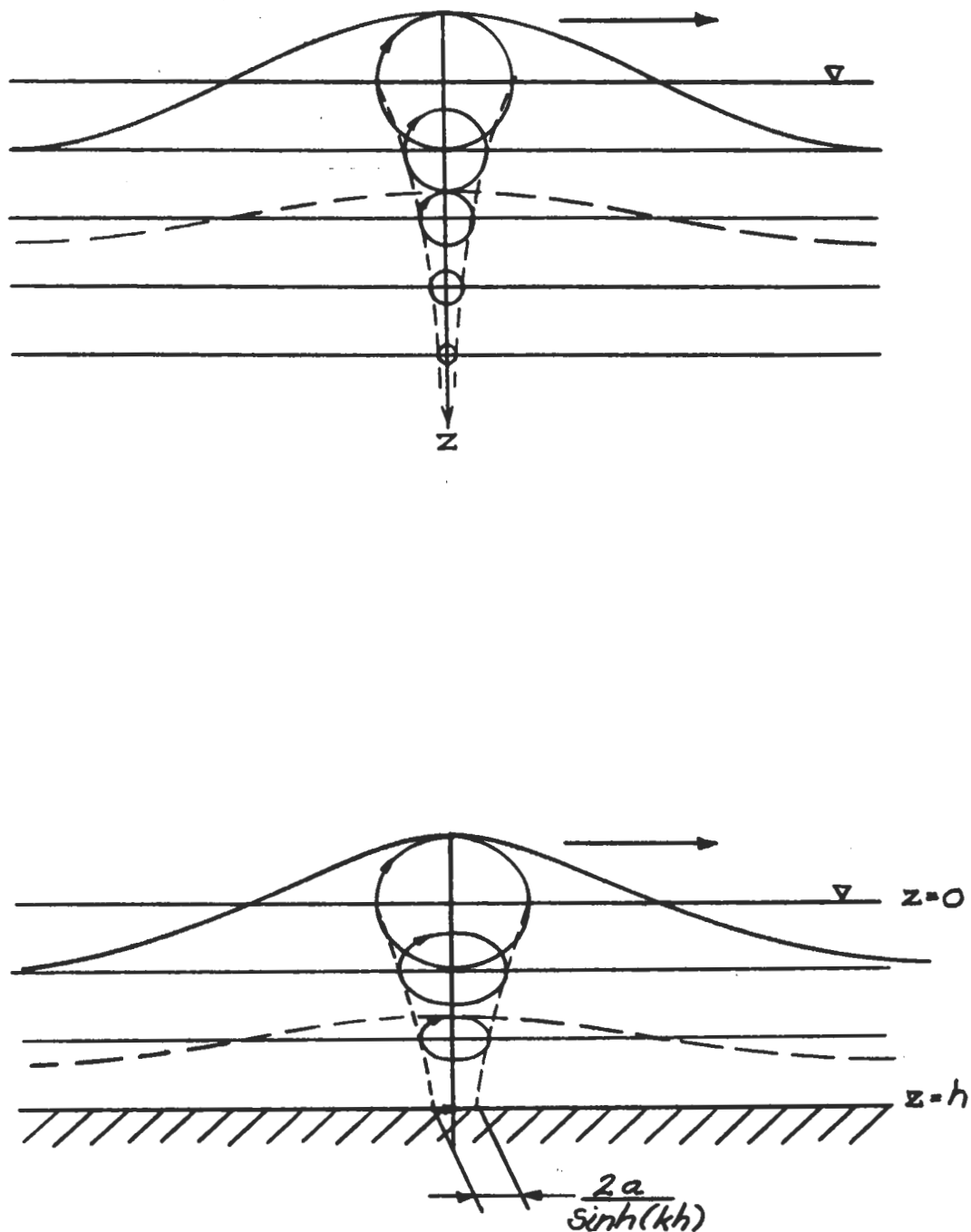


Fig. 1.3

Partikelrörelser under en harmonisk våg på djupt respektive grunt vatten

Vid vågytan ($z=0$) gäller

$$(1.8) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

Derivering av ϕ och insättning ger

$$(1.9) \quad \omega a(-\omega c \cosh(kh) + g \sinh(kh)) \frac{\sin(kx - \omega t)}{\sinh(kh)} = 0$$

$$\omega = \frac{g}{c} \tanh(kh) \quad \text{eller med } \omega = ck$$

$$(1.10) \quad \omega^2 = kg \tanh(kh) \quad \text{eller}$$

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh(kh)$$

Vid grunt vatten ($h \lesssim \frac{\lambda}{25}$) blir $c = \sqrt{gh}$ och vid djupt vatten ($h \gtrsim \frac{\lambda}{2}$)

$$(1.11) \quad \omega = \frac{g}{c} \quad \text{eller } c = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

För en regelbunden harmonisk våg på djupt vatten gäller alltså följande samband

	λ	T	c	k	ω
λ	λ	$\frac{gT^2}{2\pi}$	$\frac{2\pi c^2}{g}$	$\frac{2\pi}{k}$	$\frac{2\pi g}{\omega^2}$
T	$\sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}}$	T	$\frac{2\pi c}{g}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{gk}}$	$\frac{2\pi}{\omega}$
c	$\sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}$	$\frac{gT}{2\pi}$	c	$\sqrt{\frac{g}{k}}$	$\frac{g}{\omega}$
k	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$\frac{4\pi^2}{gT^2}$	$\frac{g}{c^2}$	k	$\frac{\omega^2}{g}$
ω	$\sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}$	$\frac{2\pi}{T}$	$\frac{g}{c}$	\sqrt{gk}	ω

Tryckfördelning

Kurvor med konstant tryckfördelning under ytan beskrivs av

$$(1.12) \quad \zeta_z = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\omega a c}{g} \frac{\cosh(k(h-z))}{\sinh(kh)} \cos(kx - \omega t)$$

men

$$\frac{\omega a c}{g} = \frac{\omega^2 a}{gk} = (\text{enl (1.10)}) = a \tanh(kh)$$

ger

$$(1.13) \quad \zeta_z = a \frac{\cosh(k(h-z))}{\cosh(kh)} \cos(kx - \omega t)$$

vilket för djupt vatten ger

$$(1.14) \quad \zeta_z = a e^{-kz} \cos(kx - \omega t)$$

Ekvationen för vågytans profil blir

$$\zeta_0 = a \cos(kx - \omega t)$$

vilket ju i själva verket var en förutsättning för analysen. (1.13) är giltig för både grunt och djupt vatten.

Trycket på ett godtyckligt djup under vattenytan blir

$$(1.15) \quad p_z = \rho g(z - \zeta)$$

(1.15) ger för djupt vatten

$$(1.16) \quad p_z = \rho g(z - a e^{-kz} \cos(kx - \omega t)) =$$

$$= \underbrace{\rho g(z - a \cos(kx - \omega t))}_{p_1} + \underbrace{a(1 - e^{-kz}) \cos(kx - \omega t)}_{p_2}$$

I (1.16) representerar termen (p_1) 'rent hydrostatiskt' tryck och (p_2) representerar den så kallade "Smith-effekten", som visar att tryckvariationerna avtar exponentiellt med avståndet från vattenytan.

Energi

Energin i en våg består av dels potentiell energi (avvikelser från lugnvattennivån) och dels kinetisk energi (vattenpartiklarnas rörelser).

Den potentiella energin per breddenhet är

$$(1.17) \quad E_p = \frac{\rho g}{2} \int_0^{\lambda} \zeta_0^2 dx = \frac{1}{4} \rho g a^2 \lambda$$

och kinetisk energi per breddenhet är

$$(1.18) \quad E_k = \frac{1}{2} \rho \int_0^{\lambda} \phi \frac{\partial \phi}{\partial z} dx = \frac{1}{4} \rho g a^2 \lambda$$

Total energi per ytenhet blir

$$(1.19) \quad E = \frac{E_p + E_k}{\lambda} = \frac{1}{2} \rho g a^2$$

KAP. 2 STATISTISKA GRUNDBEGREPP

Vid behandlingen av oregelbundna vågor kommer vi till en del att använda oss av statistisk analys. Det kan därför vara lämpligt med en kort repétition av de för oss viktigaste begreppen inom statistiken och sannolikhetsteorin.

Den beskrivande statistiken behandlar stickprov så att de kan anpassas till statistisk analys. Med hjälp av den statistiska analysen kan man sedan dra vissa slutsatser om den mängd värden - populationen - ur vilken stickproven är hämtade.

En storhet som slumpvis antar olika värden kallas för en stokastisk variabel. En stokastisk variabel kan vara diskret (t ex utfallet av tärningskast) eller kontinuerlig.

Sannolikheten för en viss händelse definierar vi här som den relativa frekvens med vilken händelsen inträffar bland ett oändligt antal tillfällen. För en kontinuerlig stokastisk variabel kan vi endast tala om sannolikheten för att den kommer att ligga inom ett visst intervall.

Vi antar att vi har en stokastisk variabel X , och beräknar för ett givet x sannolikheten $P(X \leq x)$ att X är mindre än x . Om beräkningen utförs för alla tänkbara x erhålls en funktion $F_X(x) = P(X \leq x)$ som är definierad för $-\infty < x < \infty$. Denna funktion kallas fördelningsfunktionen.

I tabellen på följande sida definieras några värdefulla uttryck inom den statistiska analysen och deras motsvarigheter i en stickprovsmängd.

ANALYS

STICKPROV

Fördelningsfunktion

$$(2.1) \quad F(x) = P(X \leq x)$$

$\frac{n_i}{N}$ där n_i är antalet prov med $x_i < x$ ur den totala stickprovsmängden

Frekvensfunktion

$$(2.2) \quad f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (= \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x})$$

$\frac{n_{\Delta i}}{N \cdot \Delta x}$ där $n_{\Delta i}$ är antalet prov i intervallet Δ_i med utbredningen Δx

Fördelningens moment

$$(2.3) \quad m_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x) dx$$

$m_1 =$ medelvärde (väntevärde)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

2:a momentet kring m_1 kallas

$$(2.4) \quad \text{varians } \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_1)^2 f(x) dx$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}$$

Standardavvikelse σ

s (medelavvikelse)

Ett stickprov ur en population som exakt följer en given fördelning har i medeltal $\bar{x} = m_1$ och $s^2 = \sigma^2$ vilket alternativt kan skrivas

$$(2.5) \quad \bar{\bar{x}} = m_1 \quad \text{och} \quad \bar{s}^2 = \sigma^2$$

Standardavvikelsen kan beräknas direkt ur första och andra momentet

$$(2.6) \quad \sigma^2 = m_2 - (m_1)^2 \quad \text{eller} \quad s^2 = \bar{x}^2 - (\bar{\bar{x}})^2$$

Normalfördelningen (Gaussfördelningen) $X \in N(m, \sigma)$:

$$(2.7) \quad \begin{cases} f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \\ F_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt \end{cases}$$

Normalfördelningens utseende styrs av de två parametrarna m (medelvärde) och σ (standardavvikelsen). En godtycklig normalfördelning $X \in N(m, \sigma)$ kan överföras till en standardiserad normalfördelning genom variabeltransformationen $Y = \frac{X-m}{\sigma}$.

Vi får

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$$

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$$

där $\varphi(x)$ och $\Phi(x)$ är frekvens- resp fördelningsfunktionen för en standardiserad normalfördelning.

$$(2.8) \quad N(0, 1): \quad \begin{cases} \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \\ \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \end{cases}$$

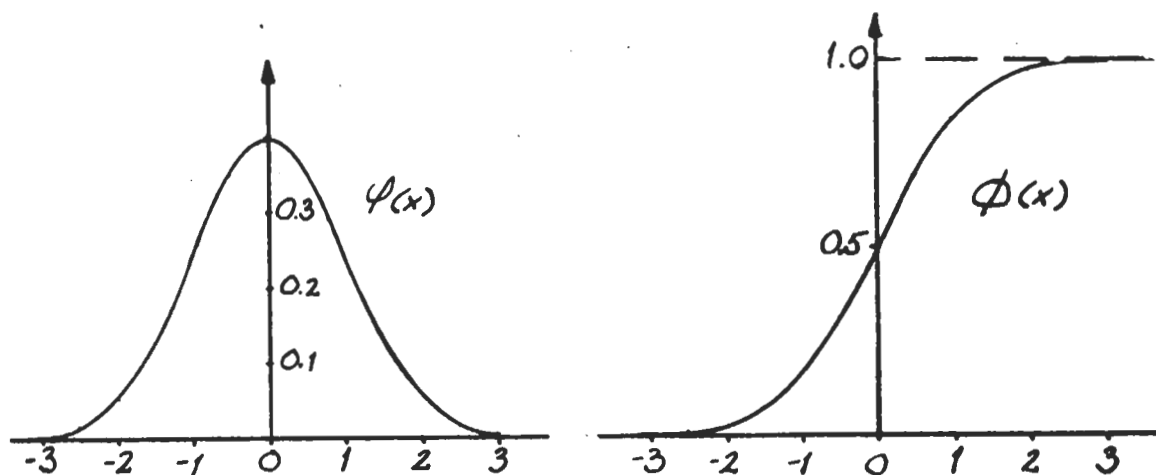


Fig. 2.1

Standardiserad Normalfördelning

Centrala gränsvärdesatsen:

Om $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \dots$ är en oändlig svit av oberoende godtyckligt likafördelade stokastiska variabler med medelvärdet m och standardavvikelsen σ och $Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ gäller

$$(2.9) \quad \frac{Y_n - nm}{\sigma \sqrt{n}} \in N(0,1) \quad \text{då } n \rightarrow \infty$$

Y_n sägs vara asymptotiskt normalfördelad

$$(2.10) \quad Y_n \in \text{AsN}(nm, \sigma \sqrt{n})$$

Under vissa allmänna villkor gäller satsen även för summor av oberoende icke likafördelade stokastiska variabler X_1, X_2, \dots, X_n med medelvärden m_1, m_2, \dots, m_n och standardavvikelser $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$

$$(2.11) \quad Y_n = \sum_{i=1}^n X_i \in \text{AsN}\left(\sum_{i=1}^n m_i, \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}\right)$$

Vi nämner även två andra fördelningar som används inom vågstatistiken.

Weibull-fördelningen

$$(2.12) \quad \left\{ \begin{array}{ll} f(x) = \frac{c}{a} x^{c-1} e^{-\frac{x^c}{a}} & x \geq 0 \\ = 0 & x < 0 \\ F(x) = 1 - e^{-\frac{x^c}{a}} & x \geq 0 \\ = 0 & x < 0 \end{array} \right.$$

För $c = 2$ fås

Rayleigh-fördelningen

$$(2.13) \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{2x}{R} e^{-\frac{x^2}{R}} \\ F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{R}} \end{array} \right.$$

R kallas Rayleighparametern och man kan visa att den bästa överensstämmelsen med ett stickprov x_1, x_2, \dots, x_n fås då

$$(2.14) \quad R = \frac{\sum x_i^2}{N} = \bar{x}^2$$

Ur frekvensfunktionen får vi även att

$$(2.15) \quad R = m_2 \quad (\text{fördelningens 2:a moment}).$$

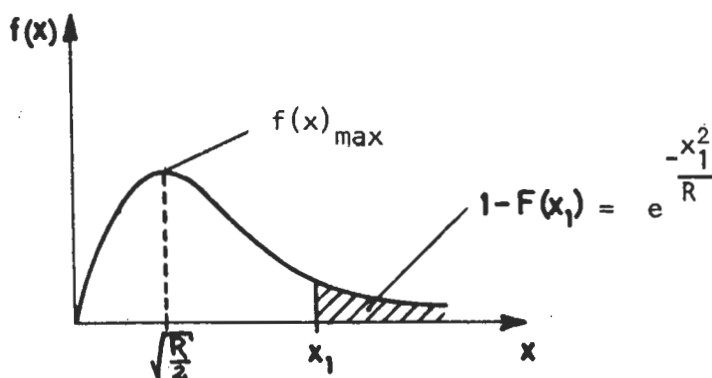
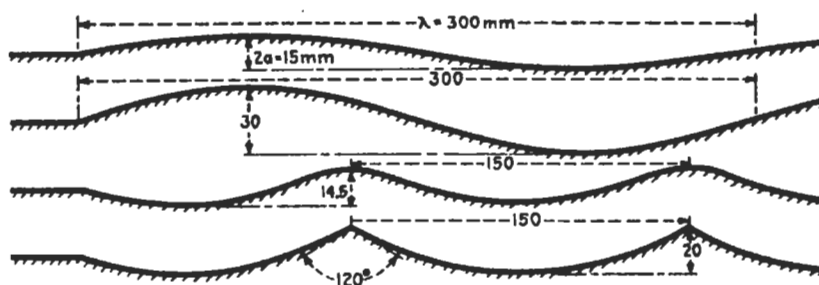


Fig. 2.2

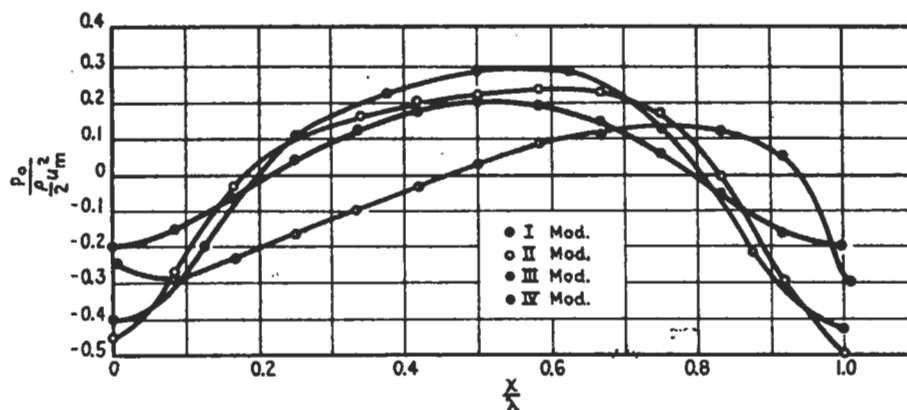
Rayleighfördelning med parametern R

KAP. 3 OREGELBUNDNA VÅGOR

Vågor på havet uppstår genom att energi från vinden överförs till potentiell och kinematisk energi i vattnet. Vågorna byggs i huvudsak upp p g a de tryckvariationer som bildas då luften strömmar över den oregelbundna vattenytan.



Wave profiles of models tested in a wind tunnel (from Motzfeld, 1937)

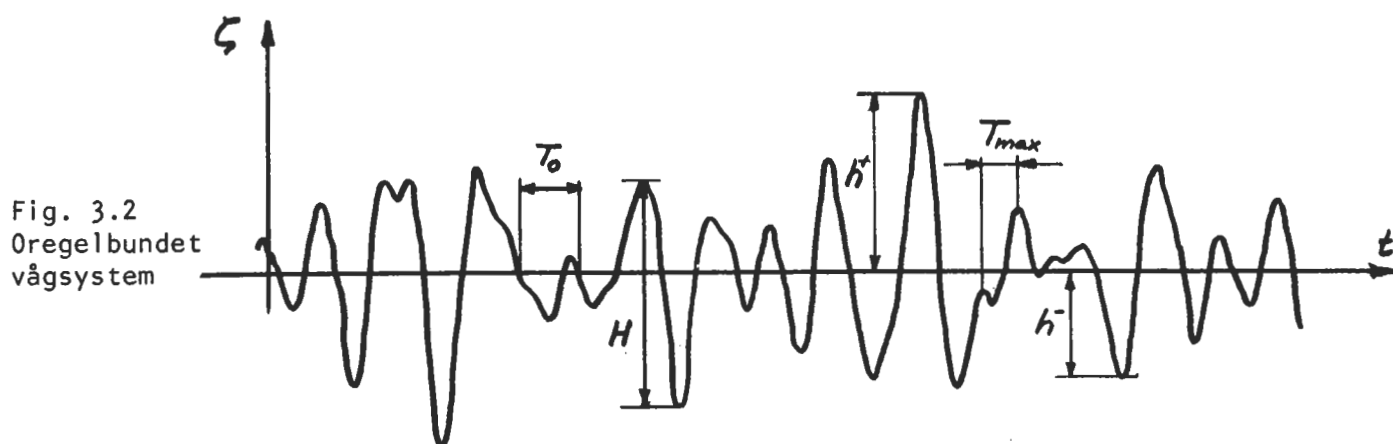


Pressure distribution along wave profiles (from Motzfeld, 1937)

Fig. 3.1
(Från /2/)

Vindens variationer i styrka och riktning leder till att det i verkligheten aldrig uppstår regelbundna långkammiga vågor på havet. Vågsystemet får i stället en helt oregelbunden karaktär som gör det omöjligt att exakt förutse utseendet hos en våg vid en viss tidpunkt på en given position.

Om man registrerar vågytans ordinata (vertikala position) på en punkt och ritar upp den som funktion av tiden, kan man få ett diagram med följande utseende.



Vi definierar följande storheter:

- H = Skenbar våghöjd (dubbelamplitud).
Vertikalt avstånd mellan vågtopp och efterföljande vågdal.
- h = Skenbar vågamplitud (enkel amplitud).
Vertikalt avstånd mellan vågtopp eller vågdal och lugnvattennivån.
- T_0 = Skenbar vågperiod. Tiden mellan två på varandra följande nollgenomgångar åt samma håll.
- T_{max} = Skenbar vågperiod (mätt mellan maxima).
Tiden mellan två på varandra följande vågtoppar.

Ett motsvarande utseende på vågytan skulle man få om ordinatan registrerades längs en linje vid en viss tidpunkt. Längs den horisontella axeln skulle då tiden t ersättas med lägeskoordinaten x och skenbara perioderna T_0 , T_{max} med motsvarande skenbara våglängder λ_0 , λ_{max} .

Ett vågdiagram som på fig 3.2 kan fullständigt beskrivas av en Fourier-serie men tyvärr ger detta ingen vägledning om hur vågorna exakt kommer att se ut i fortsättningen. På ett vågsystemets oregelbundna karaktär kan vi bara tala om sannolikheter (att t ex våghöjden är större än 2 m) och detta kräver en statistisk analys av vågytans utseende. Genom att behandla den oregelbundna vågytan som en överlagring av ett stort (oändligt) antal regelbundna harmoniska vågor, skaffar vi oss underlag för en sådan statistisk beskrivning av sjötillståndet.

Som tidigare nämnts i Kap. 1 kan ekvationen för en enkel harmonisk vågrörelse skrivas

$$\zeta = a \cos(kx - \omega t)$$

Betraktar vi vågytan vid tiden $t = 0$ får vi

$$\zeta = a \cos kx$$

och motsvarande om vi betraktar rörelsen vid en fix punkt $x = 0$

$$\zeta = a \cos(-\omega t) = a \cos \omega t$$

Rörelsen vid en godtycklig x -koordinat kan då skrivas

$$(3.1) \quad \zeta = a \cos(\omega t + \varepsilon)$$

där fasvinkeln ε ($-\pi \leq \varepsilon \leq \pi$) anger nivån vid tiden $t = 0$.

I fortsättningen kommer endast uttrycket enl ekv (3.1) att användas för att beskriva en harmonisk vågrörelse.

Om vi antar att fasvinkeln ε slumpmässigt kan anta alla värden mellan $-\pi$ och π med samma sannolikhet blir frekvensfunktionen för ε

$$(3.2) \quad f(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi}$$

Vi betraktar nu en harmonisk vågrörelse $\zeta_i = a_i \cos(\omega_i t + \varepsilon_i)$ och ställer upp följande sannolikhetssamband

$$P(\varepsilon < \varepsilon_i < \varepsilon + d\varepsilon) = f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{2} P(\zeta < \zeta_i < \zeta + d\zeta) = \frac{1}{2} f_i(\zeta) d\zeta$$

$$f_i(\zeta) = 2f(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{d\zeta}$$

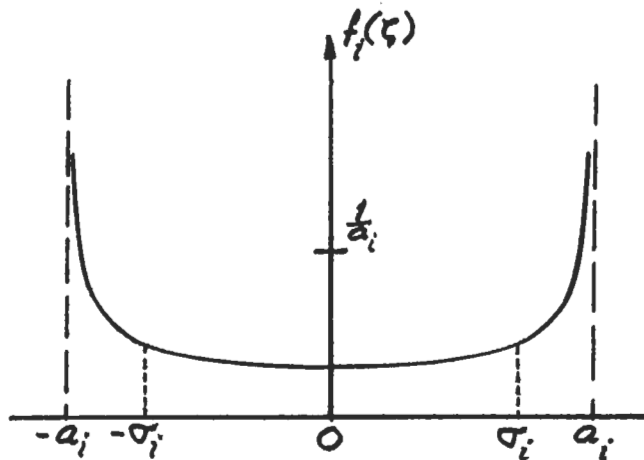
men $\varepsilon_i = \arccos \frac{\zeta_i}{a_i} - \omega_i t$ ger oss

(3.3) frekvensfunktionen $f_i(\zeta) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{a_i^2 - \zeta^2}}$

(3.4) med medelvärde $m_i = \int_{-a_i}^{a_i} \zeta f_i(\zeta) d\zeta = 0$

(3.5) och varians $\sigma_i^2 = \int_{-a_i}^{a_i} \zeta^2 f_i(\zeta) d\zeta = \frac{1}{2} a_i^2$

Fig. 3.3
Frekvensfunktionen för
vågtans ordinata vid
en harmonisk vågrörel-
se



Om vi superponerar ett stort antal harmoniska vågor ζ_i med medelvärden m_i och varianser σ_i^2 blir enligt centrala gränsvärdessatsen summan $\zeta = \sum \zeta_i$ asymptotiskt normalfördelad med $m = \sum m_i$ och $\sigma^2 = \sum \sigma_i^2$.

$\zeta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i)$ kan alltså betraktas som en kontinuerlig stokastisk variabel, normalfördelad med $m = 0$ och $\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i^2$ då $N \rightarrow \infty$.

På detta sätt kan vi betrakta en oregelbunden vågyta som en superponering av ett stort antal regelbundna cosinusvågor med olika amplituder och frekvenser samt slumpvis varierande fasvinkel.

Energispektrum

Enligt teorin för gravitationsvågor är energin per ytenhet för en vågkomponent $E_i = \rho g \frac{1}{2} a_i^2$.

Energien för hela vågsystemet blir $E_{\text{tot}} = \rho g \frac{1}{2} \sum_1^N a_i^2$ per ytenhet, eller efter division med ρg

$$(3.6) \quad \frac{E}{\rho g} = \frac{1}{2} \sum_1^N a_i^2 = \sigma_\zeta^2 \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

Karaktären hos ett oregelbundet sjötillstånd kan åskådliggöras genom att bilda ett sk energispektrum där man i det diskreta fallet (för ett ändligt antal harmoniska komponenter) i ett histogram avsätter $\frac{1}{2} a_i^2$ för varje frekvens ω_i . Summan av alla stolparna representerar då den totala energin.

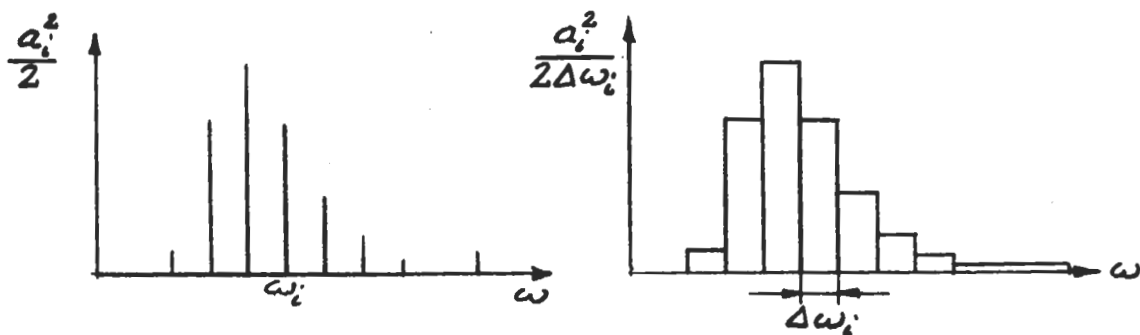


Fig. 3.4

Om man låter antalet komponenter gå mot oändligheten blir energispektrum en kontinuerlig funktion $S(\omega)$ sådan att

$$(3.7) \quad S(\omega) d\omega = \sum_{(d\omega_i)} \frac{1}{2} a_i^2$$

där $\frac{1}{2} a_i^2$ anger totala energin av alla komponenter inom det infinitesimala frekvensområdet $d\omega_i$.

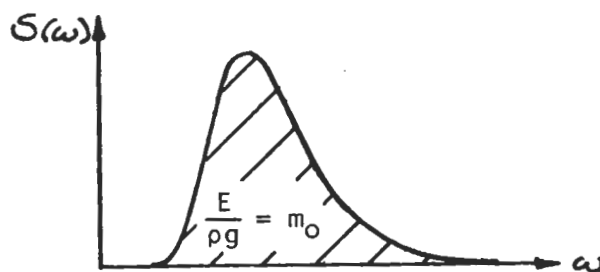


Fig. 3.5

Den totala energin per ytenhet i systemet blir

$$(3.8) \quad E = \rho g \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega$$

och vågytans ordinata kan principiellt skrivas som

$$(3.9) \quad \zeta(t) = \int_0^{\infty} \cos(\omega t + \epsilon) \sqrt{2S(\omega)} d\omega$$

(Man bör observera att i viss litteratur anges i stället för energispektrum ett amplitudspektrum med $2S(\omega)$ på vertikala axeln. Variansen σ_{ζ}^2 blir då halva arean under amplitudspektrum).

Energispektrums utseende karakteriseras av momenten

$$(3.10) \quad m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega$$

där $m_0 = \frac{E}{\rho g} = \sigma_{\zeta}^2$ representerar arean under spektrum. (OBS! $S(\omega)$ är inte någon strikt stokastisk frekvensfunktion med $m_0=1$)

Vidden av spektrum brukar anges av bandbredden

$$(3.11) \quad \epsilon_b = \sqrt{\frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4}} = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

$$0 < \epsilon_b < 1$$

där $\epsilon_b \approx 0$ anger ett smalt spektrum, dvs ett spektrum där den största delen av vågkomponenterna är koncentrerade till ett litet frekvensområde.

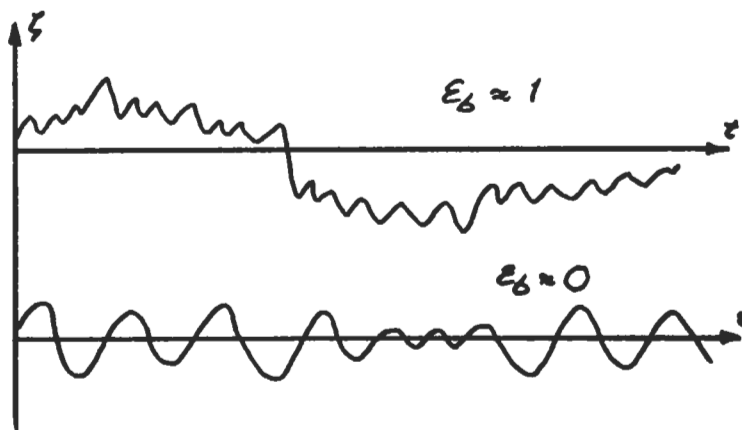


Fig. 3.6

Medelvärden av de skenbara perioderna T_o och T_{\max} kan skrivas

$$(3.12) \quad \bar{T}_o = \bar{T} = 2\pi\sqrt{\frac{m_o}{m_2}} \quad (\text{beteckningen } \bar{T} \text{ används i fortsättningen)}$$

$$(3.13) \quad \bar{T}_{\max} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$$

$$(3.14) \quad \frac{\bar{T}_{\max}}{\bar{T}} = \sqrt{1 - \epsilon_b^2} \quad (\approx 1 \text{ för ett smalt spektrum})$$

Medelvärden av de skenbara våglängderna λ_o är

$$(3.15) \quad \bar{\lambda}_o = 2\pi g \sqrt{\frac{m_o}{m_4}} = g \frac{\bar{T} \bar{T}_{\max}}{2\pi}$$

(Jämför med våglängden för en harmonisk våg $\lambda = g \frac{T^2}{2\pi}$)

Vi definierar även en medelfrekvens

$$(3.16) \quad \bar{\omega}_1 = \frac{m_1}{m_o}$$

och en kvadratisk medelfrekvens

$$(3.17) \quad \bar{\omega}_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_o}} = \frac{2\pi}{\bar{T}}$$

Våghöjd

Eftersom fasvinkeln ε slumpvis kan anta vilka värden som helst är $\zeta(t)$ för det sammansatta vågsystemet endast bestämd av sin sannolikhet och som tidigare nämnts normalfördelad med medelvärdet $m = 0$ och variansen $\sigma^2 = \text{arean under energispektrum}$.

En större area medför alltså ökad sannolikhet för stora avvikelser från medelnivån. Systemets sannolika våghöjder är följaktligen direkt kopplade till spektrumarean.

För ett smalt spektrum följer fördelningsfunktionen för våg-amplituden h en Rayleighfördelning

$$F(h) = 1 - e^{-\frac{h^2}{R_h}}$$

$$(3.18) \quad f(h) = \frac{2h}{R_h} e^{-\frac{h^2}{R_h}}$$

$$(3.19) \quad \text{med } R_h = 2 \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = 2\sigma_{\zeta}^2 = 2m_0$$

Den bästa uppskattningen av Rayleighparametern R ur en stickprovsmängd ges av det kvadratiske medelvärdet

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 = \bar{x}^2$$

Detta förhållande gör det möjligt att från uppmätningar av våg-amplituderna bestämma R_h och därmed arean under energispektrum för vågsystemet.

För Rayleighfördelningen gäller

$$(3.20) \quad m_1 = \int_0^{\infty} x f(x) dx = \frac{\sqrt{\pi R}}{2}$$

$$(3.21) \quad m_2 = \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx = R$$

Vi får

$$(3.22) \quad \bar{h} = m_{h1} = \frac{\sqrt{\pi R_h}}{2} = 0.886 \sqrt{R_h} = 1.253 \sigma_{\zeta}$$

Våghöjderna H fördelar sig för ett smalt energispektrum approximativt som fördelningen för $2h$

$$(3.23) \quad R_H = \frac{1}{N} \sum_1^N (2h)^2 = (\overline{2h})^2 = 4\bar{h}^2$$

$$(3.24) \quad R_H = 4R_h = 8 \sigma_{\zeta}^2 = 8 m_0$$

Sannolikheten för att en Rayleighfördelad stokastisk variabel X skall vara större än x är

$$(3.25) \quad Q_X(x) = 1 - F_X(x) = e^{-\frac{x^2}{R}}$$

vilket ger oss

$$(3.26) \quad \ln \frac{1}{Q} = \frac{x^2}{R} \quad \text{och} \quad x_Q = \sqrt{R \ln \frac{1}{Q}}$$

För ett stort antal vågor N är sannolikheten för den största vågen approximativt $Q = 1/N$ och sannolikheten för den våg som överskrids n_Q gånger $Q = n_Q/N$.

För den mest sannolika största vågen bland N får vi

$$(3.27) \quad H_Q = H_{1/N} = \sqrt{R_H \ln N}$$

De största enskilda vågorna kommer att vara fördelade enligt en sk extremvärdesfördelning. Enligt Bennet kan denna beskrivas av

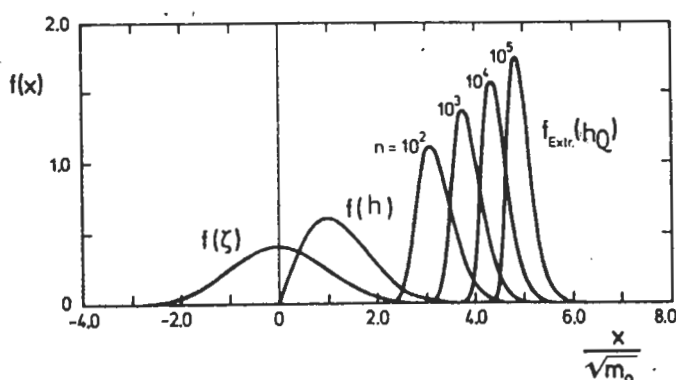
$$(3.28) \quad H_{Qf} = \sqrt{R_H \ln \left(\frac{1}{1 - (1-f)^{1/N}} \right)}$$

där f betecknar "risk" för överskridande och $(1-f)$ "säkerhet". H_{Qf} är den största våghöjd bland N som överskrids med risken f .

För små f och stora N övergår uttrycket ovan till det mera intuitivt gripbara

$$(3.29) \quad H_{Qf} = H_{f/N} \approx \sqrt{R_H \ln \frac{N}{f}}$$

Fig. 3.7
Frekvensfunktioner för vågordinata, vågamplitud samt maximal vågamplitud för ett oregelbundet vågsystem. (Från /3/)

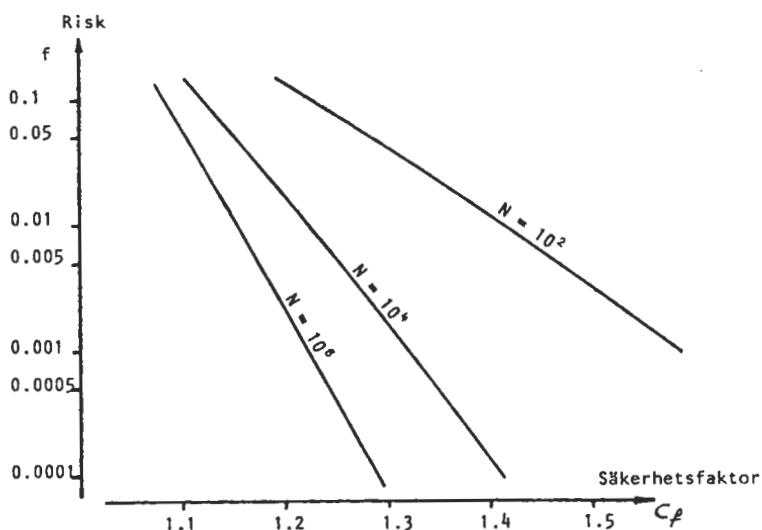


Om vi istället applicerar en säkerhetsfaktor C_f på den mest sannolika största våghöjden bland N kan vi beräkna risken för överskridande ur (3.29) genom

$$(3.30) \quad C_f \cdot H_{1/N} = C_f \sqrt{R_H \ln N} \approx \sqrt{R_H \ln \frac{N}{f}} \approx H_{f/N} \Rightarrow$$

$$f \approx N(1 - C_f^2)^2$$

Fig. 3.8



Det är vanligt att man i stället för det mest sannolika värdet x_Q anger medelvärdet av en viss övre fraktil

$$\bar{x}_Q = \frac{\int_{x_Q}^{\infty} xf(x) dx}{\int_{x_Q}^{\infty} f(x) dx} = \frac{1}{Q} \int_{x_Q}^{\infty} xf(x) dx = x_Q + \frac{1}{Q} \int_{x_Q}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{R}} dx$$

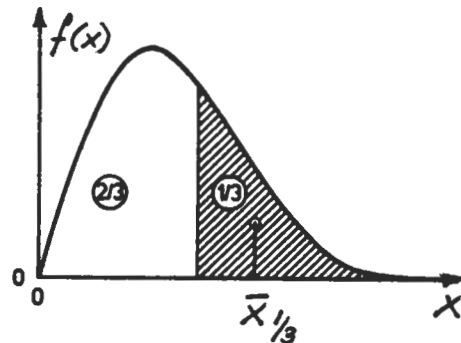
$$(3.31) \quad \bar{x}_Q = x_Q + \frac{\sqrt{\pi R}}{Q} (1 - \phi(\sqrt{2 \ln \frac{1}{Q}}))$$

där $\phi(x)$ är fördelningsfunktionen för en standardiserad normalfördelning och finns tabellerad i de flesta matematiska tabellsamlingar.

Som exempel anger vi här

$$\begin{aligned} \bar{x}_{1/3} &= 1.4157 \sqrt{R} \\ \bar{x}_{1/10} &= 1.7999 \sqrt{R} \\ \bar{x}_{1/100} &= 2.3593 \sqrt{R} \\ \bar{x}_{1/10000} &= 3.1919 \sqrt{R} \end{aligned}$$

Fig. 3.8 (3.32)



Vid mätningar av våghöjder till havs brukar man ange en signifikant våghöjd = medelvärdet av den största tredjedelen våghöjder, $\bar{H}_{1/3}$, och låta den representera sjötillståndet vid mättilfället.

$\bar{H}_{1/3}$ (skrivs ofta $H_{1/3}$) motsvarar ungefär den från fartyg visuellt uppskattade våghöjden.

$$(3.33) \quad \bar{H}_{1/3} = 1.4157 \sqrt{R_H}$$

enligt (3.25) är $R_H = 8 \sigma_\zeta^2$ vilket ger oss

$$(3.34) \quad \bar{H}_{1/3} = 1.4157 \sqrt{8} \sigma_\zeta = 4.004 \sigma_\zeta \approx 4 \sigma_\zeta = 4\sqrt{m_0}$$

Den signifikanta våghöjden är alltså ca fyra gånger roten ur arean under energispektrum

Om ett vågspektrums bandbredd är stor kan våghöjdernas sannolikhet inte längre approximeras med en Rayleighfördelning utan hänsyn måste tas till bandbreddens inflytande.

$$(3.35) \quad f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} \left[\epsilon_b e^{\left(-\frac{1}{\epsilon_b^2} \frac{h^2}{2m_0}\right)} + \sqrt{\pi(1-\epsilon_b^2)} \frac{2h}{\sqrt{2m_0}} \cdot e^{\left(-\frac{h^2}{2m_0}\right)} \cdot \Phi\left(\frac{\sqrt{1-\epsilon_b^2}}{\epsilon_b} \frac{h}{\sqrt{m_0}}\right) \right]$$

För specialfallet $\epsilon_b = 0$ blir

$$(3.36) \quad f(h) = \frac{h}{m_0} e^{-\frac{h^2}{2m_0}} \quad (\text{Rayleighfördelning})$$

och för $\epsilon_b = 1$

$$(3.37) \quad f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} e^{-\frac{h^2}{2m_0}} \quad (\text{Normalfördelning})$$

Det kvadratiska medelvärdet av amplituderna blir

$$(3.38) \quad \bar{h}^2 = \left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_b^2\right) 2m_0$$

och signifikant våghöjd

$$(3.39) \quad \bar{H}_{1/3} = 4.00 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\epsilon_b^2\right) m_0}$$

Om våghöjderna i ett spektrum med bandbredden $\epsilon_b = 0.6$ (relativt normalt) antas vara Rayleighfördelade kommer $\bar{H}_{1/3}$ att överskattas med ca 10%. Fördelningens lätthanterlighet gör dock att den ofta används långt utanför sitt egentliga giltighetsområde.

Energispektrum för fartygs gensvar (rörelser och belastningar) i vågor har däremot normalt en liten bandbredd och gensvarsamplituderna kan med god noggrannhet beskrivas av Rayleighfördelningar.

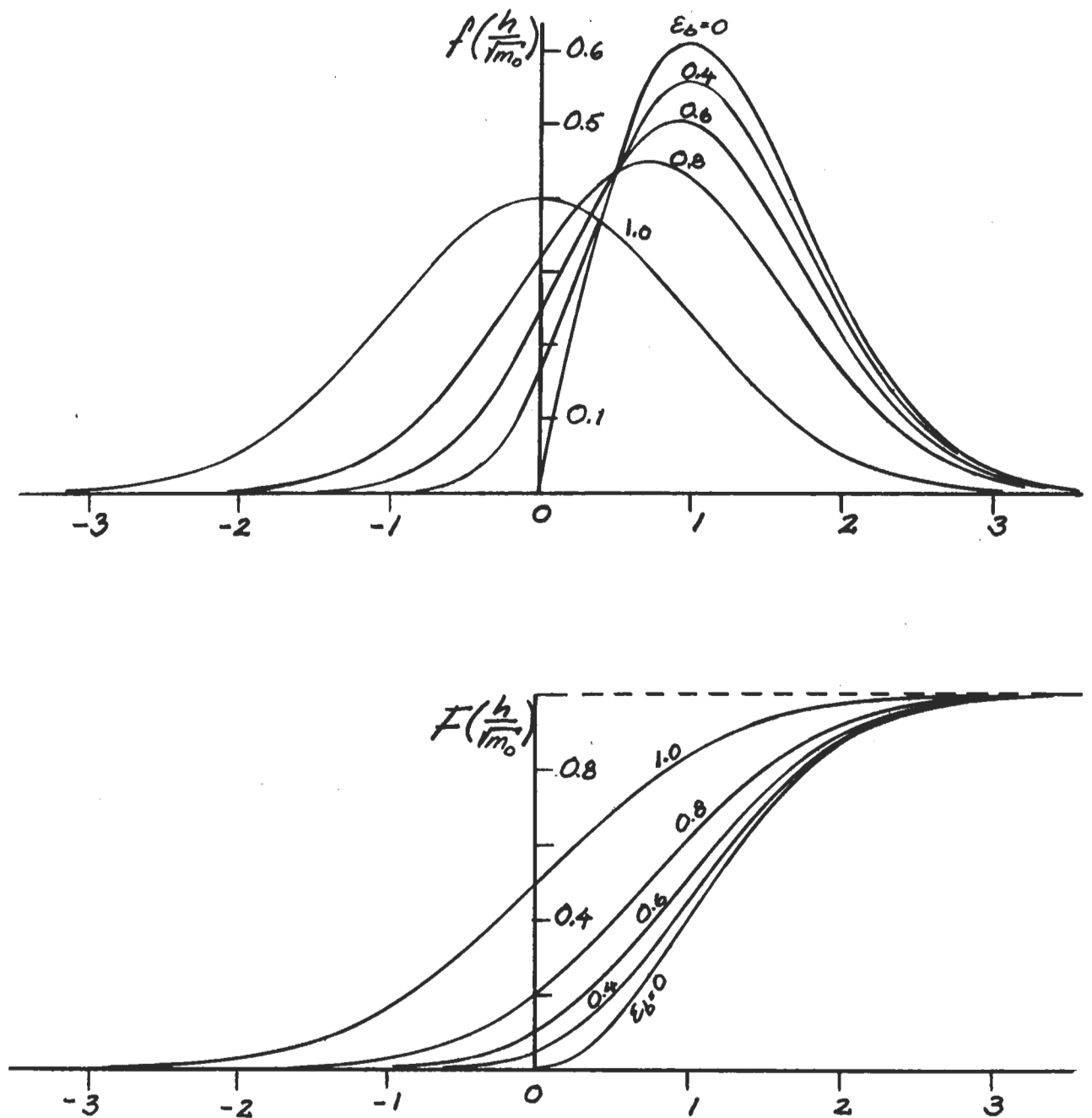


Fig. 3.9
Frekvensfunktion och fördelningsfunktion för vågampplituden vid varierande bandbredd

Kortkammiga vågor

Hittills har vi antagit att vågsystemet varit 2-dimensionellt, dvs med parallella och oändligt långa vågkammor. I verkligheten existerar aldrig ett sådant vågsystem. Vågkammorna har vid hårt väder en mycket kortkammig karaktär som endast kan representeras av harmoniska vågkomponenter med olika huvudriktningar.

Vi får skriva ekvationen för vågytan som

$$(3.40) \quad \zeta(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n (x \cos \mu_n + y \sin \mu_n) - \omega_n t + \epsilon_n)$$

där μ_n anger riktningen för varje vågkomponent i förhållande till huvudriktningen för vågsystemet.

Energispektrum för vågrörelserna blir nu $S(\omega, \mu)$ vilket fortfarande motsvarar vårt $S(\omega)$ när vi betraktar vågrörelserna i en enda punkt.

När man utvärderar energispektrum (och därmed våghöjdernas fördelning) från en mätserie behöver man alltså inte ta hänsyn till riktningsspridningen, men den har däremot betydelse vid beräkningar av fartygs gensvar i ett oregelbundet vågsystem.

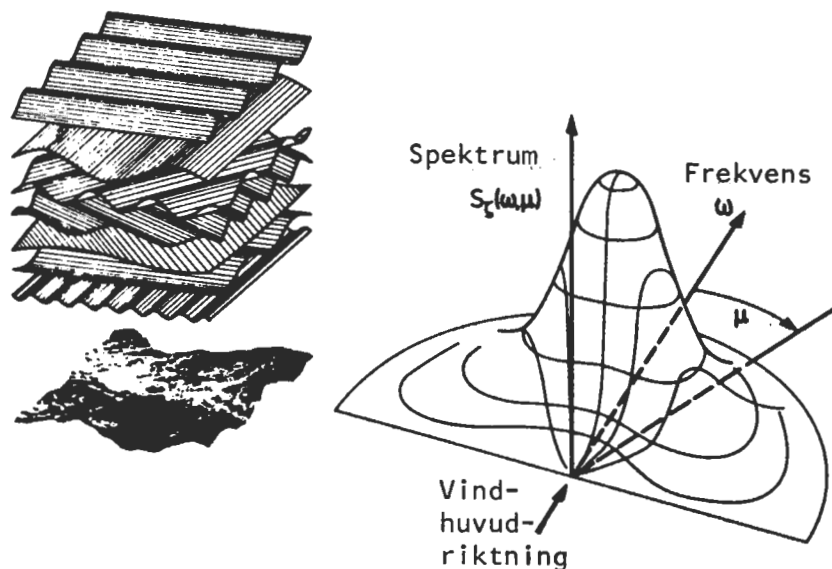


Fig.3.10
(Från /3/)

Ett spektrum $S(\omega, \mu)$ är mycket svårare att bestämma än det spektrum som utvärderas från mätningar i en punkt. För praktiska beräkningar brukar därför vissa förenklade antaganden göras.

Om vi antar att riktningsspridningen är oberoende av vågkomponenternas vinkelfrekvens och att riktningskomponenterna varierar inom området $-\pi/2 \leq \mu_n \leq \pi/2$ kan vi skriva

$$(3.41) \quad S(\omega, \mu) = S(\omega) f(\mu)$$

där

$$(3.42) \quad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\mu) d\mu = 1$$

Vi får

$$(3.43) \quad \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S(\omega, \mu) d\omega d\mu = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\mu) d\mu = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega$$

Integralen av ett riktningsberoende spektrum med avseende på frekvens och riktning är alltså lika med arean under punktspektrum.

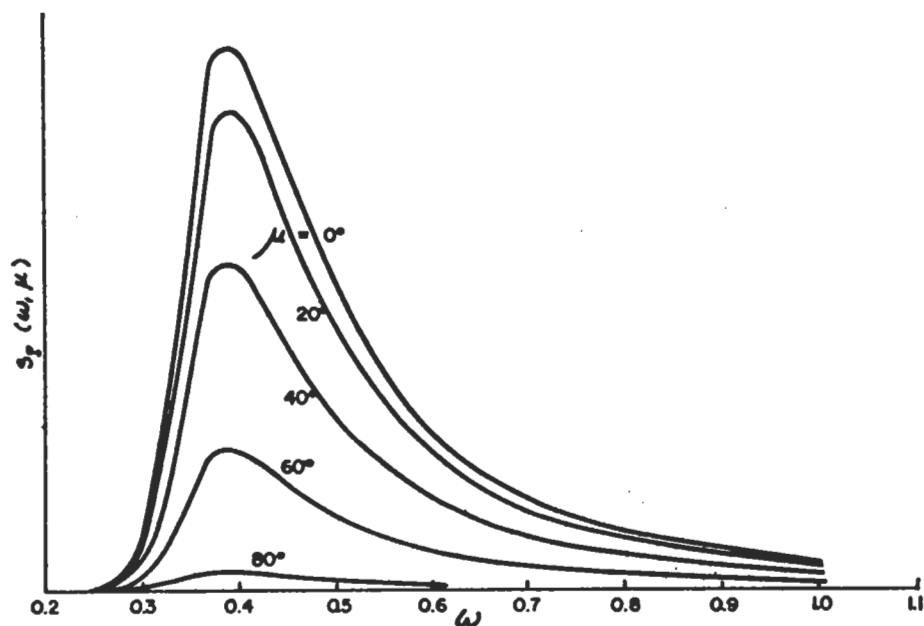


Fig. 3.11
Energispektrum
med riktningskomponenter
för kortkammig sjö
(Från /1/)

KAP. 4

VÅGSTATISTIK

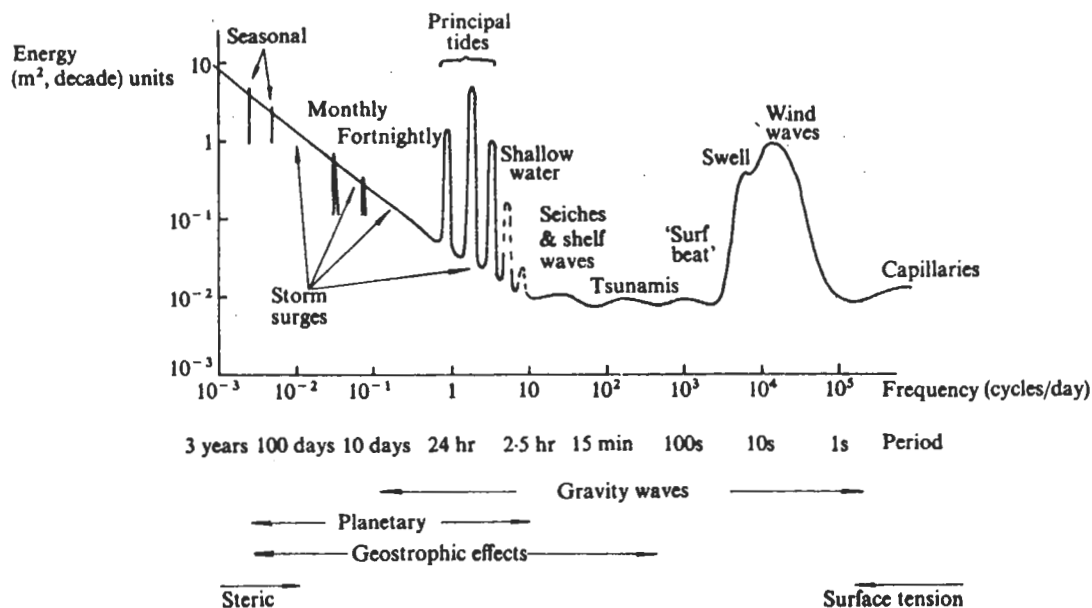
Energispektrum

Fig. 4.1
(Från /4/)

Som framgår av figuren ovan är havsytans svängningar fördelade över ett mycket stort frekvensområde. De högsta frekvenserna har kapillärvågorna med perioder på någon tiondels sekund. Kapillärvågorna uppträder som krusningar när vinden börjar blåsa över en blank havsyta, och deras form bestäms av vattnets ytspänning. Då vindstyrkan ökar uppstår så småningom ett oregelbundet sjötillstånd innehållande gravitationsvågor av varierande amplitud, frekvens och riktning. Resonansfrekvenserna för många av rörelserna hos ett fartyg ligger inom de vindinducerade vågor- nas frekvensområde, och detta tillsammans med vågor- nas höga energi- innehåll gör att de spelar en helt dominerande roll vid beräk- ning av gensvar i vågor.

Bland övriga vågrörelser kan nämnas Tsunamis dvs vågor som upp- kommer till följd av jordbävningar. De kan ha en period på 10-20 minuter och en våglängd på över 100 km. I förhållande till våg- längden är havsdjupet litet och vågor- na fortplantas med hastig- heten $c = \sqrt{gh}$ där h är vattendjupet (se kap.1). Dessa vågor- s amplitud är på djupt vatten liten men energi- innehåll är så stort att de, när hastigheten minskar in mot grundare vatten, kan växa till amplituder på 30 m.

Under kortare perioder (någon timme) kan man betrakta ett vind-inducerat vågsystem som statistiskt sett konstant dvs med ett konstant vågenergispektrum. Spektrumets utseende kommer att vara beroende av en rad faktorer t ex vindens varaktighet, utbredning och styrka, samt eventuellt inflytande från andra vågsystem (dyningar).

Oceanografer har genom mätningar av våghöjder och perioder försökt beskriva vågspektrum med enkla empiriska formler. Bland dessa kan nämnas Neuman (1953) och Darbyshire (1955). Pierson och Moskowitz publicerade 1963, efter utvärderingar av fullt utvecklade sjöstillstånd på Nordatlanten, den idag helt dominerande ekvationen för vågspektrum.

Pierson - Moskowitz spektrum:

$$(4.1) \quad S(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{\left(\frac{-B}{\omega^4}\right)}$$

Där parametrarna A och B tillsammans bestämmer area (signifikant våghöjd) och medelfrekvens för spektrumet.

Momenten kan lösas ut som

$$(4.2) \quad m_n = \frac{A}{4B} B^{\frac{n}{4}} \Gamma\left(1 - \frac{n}{4}\right)$$

där gammafunktionen definieras som

$$(4.3) \quad \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

och finns tabellerad i matematiska tabellsamlingar.

Vi får

$$(4.4) \quad m_0 = \frac{A}{4B}$$

$$(4.5) \quad m_1 = \frac{A}{4B} B^{\frac{1}{4}} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \approx 1.225 B^{\frac{1}{4}} m_0$$

$$(4.6) \quad m_2 = \frac{A}{4B} B^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi B} m_0$$

Ur momenten kan signifikant våghöjd och medelperioder beräknas

$$(4.7) \quad \bar{H}_{1/3} \approx 4.0 \sqrt{m_0} = 2 \sqrt{\frac{A}{B}} \quad (\text{för ett smalt spektrum})$$

$$(4.8) \quad \bar{\omega}_1 = \frac{m_1}{m_0} \approx 1.225 B^{\frac{1}{4}}$$

$$(4.9) \quad \bar{\omega}_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} = (\pi B)^{\frac{1}{4}} \approx 1.331 B^{\frac{1}{4}}$$

Spektrumet har vidare sitt största värde vid frekvensen

$$(4.10) \quad \omega_m = \left(\frac{4B}{5}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0.946 B^{\frac{1}{4}}$$

I sin ursprungliga form angav Pierson A och B som

$$(4.11) \quad A = 0.0081 g^2$$

$$(4.12) \quad B = 0.74 \left(\frac{g}{V}\right)^4$$

där V var uppmätta vindhastigheten 20m över havsytan.

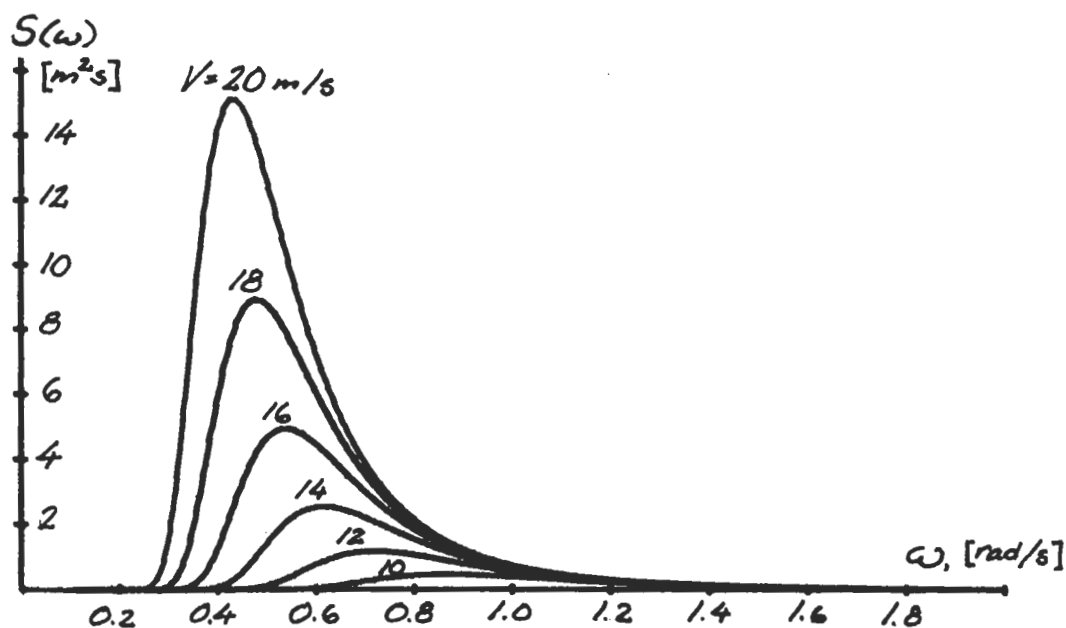


Fig. 4.2

Värdena på A och B baserades på uppmätningar från engelska väderfartyg i Nordatlanten. Utav 460 olika uppmätta sjötillstånd valdes 54 som ansågs svara mot kraven på fullt utvecklad sjö, dvs med en nära konstant vind under lång tid både med avseende på styrka och riktning.

Sådana ideala tillstånd är mycket sällsynta och dessutom kommer ett fartyg som gör fart genom vattnet att förflytta sig genom olika vädersystem inom en relativt kort tidsrymd. Spektra definieras därför istället ofta ur observerbara parametrar som våghöjd och medelfrekvens.

Ur (4.4) och (4.6) kan lösas

$$(4.13) \quad A = \frac{4}{\pi} \frac{m_2^2}{m_0} = \frac{\bar{\omega}_2^4 \bar{H}_{1/3}^2}{4\pi}$$

$$(4.14) \quad B = \frac{\bar{\omega}_2^4}{\pi}$$

vilket ger

$$(4.15) \quad S(\omega) = \frac{\bar{H}_{1/3}^2}{4\pi\bar{\omega}_2} \left(\frac{\bar{\omega}_2}{\omega}\right)^5 e^{-\frac{1}{\pi}\left(\frac{\bar{\omega}_2}{\omega}\right)^4}$$

eller

$$(4.16) \quad S(\omega) = 0.11 \frac{\bar{H}_{1/3}^2}{\bar{\omega}_1} \left(\frac{\bar{\omega}_1}{\omega}\right)^5 e^{-0.44\left(\frac{\bar{\omega}_1}{\omega}\right)^4}$$

eller dimensionslöst

$$(4.17) \quad \frac{S(\omega)}{\bar{H}_{1/3}^2 \bar{T}} = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{2\pi}{\omega \bar{T}}\right)^5 e^{-\frac{1}{\pi}\left(\frac{2\pi}{\omega \bar{T}}\right)^4}$$

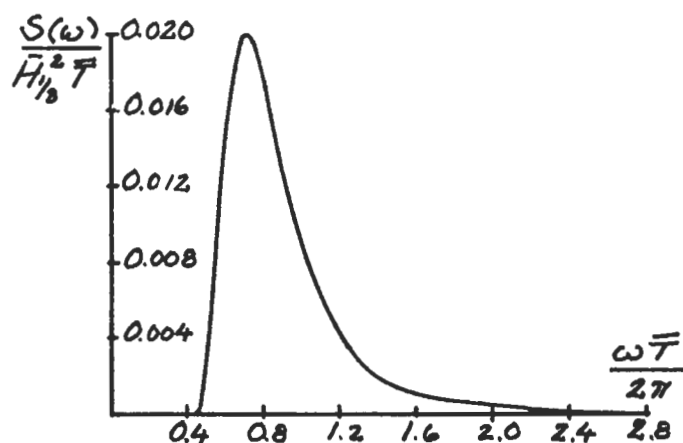


Fig. 4.3

ITTC spektrum

Denna version av P-M spektrumet bygger på att den enda kända parametern är signifikant våghöjd $\bar{H}_{1/3}$.

En medelperiod på $\bar{T} = \frac{2\pi}{\omega_2} = 3.55\sqrt{\bar{H}_{1/3}}$ antas, vilket motsvarar

$$A = 0.0081 \text{ g}^2$$

$$(4.18) \quad B = \frac{3.11}{\bar{H}_{1/3}^2}$$

i ekv (4.1).

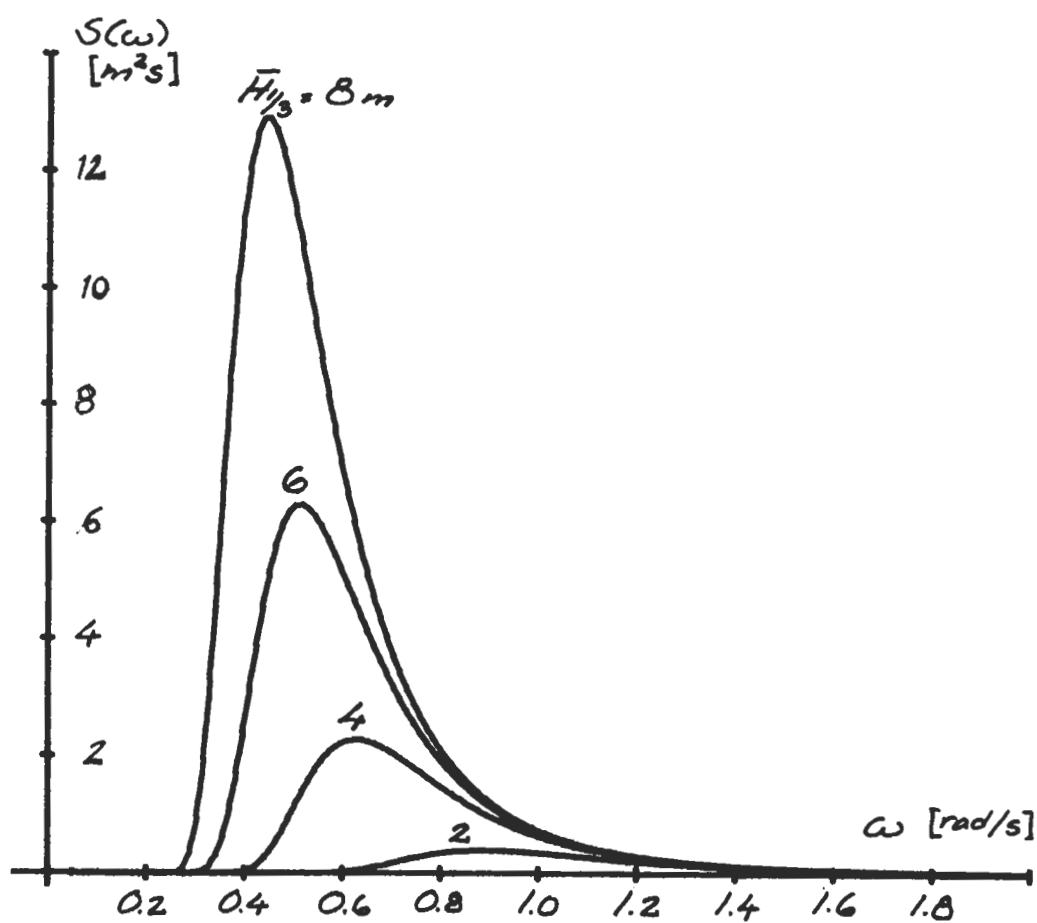


Fig. 4.4

ISSC spektrum

Detta är ett modifierat P-M spektrum med signifikant våghöjd $\bar{H}_{1/3}$ och "karaktäristisk medelperiod" $\bar{T}_1 = 2\pi/\omega_1$ som oberoende parametrar.

I ekv (4.1) blir då

$$(4.19) \quad A = \frac{173 \bar{H}_{1/3}^2}{\bar{T}_1^4}$$

$$(4.20) \quad B = \frac{691}{\bar{T}_1^4}$$

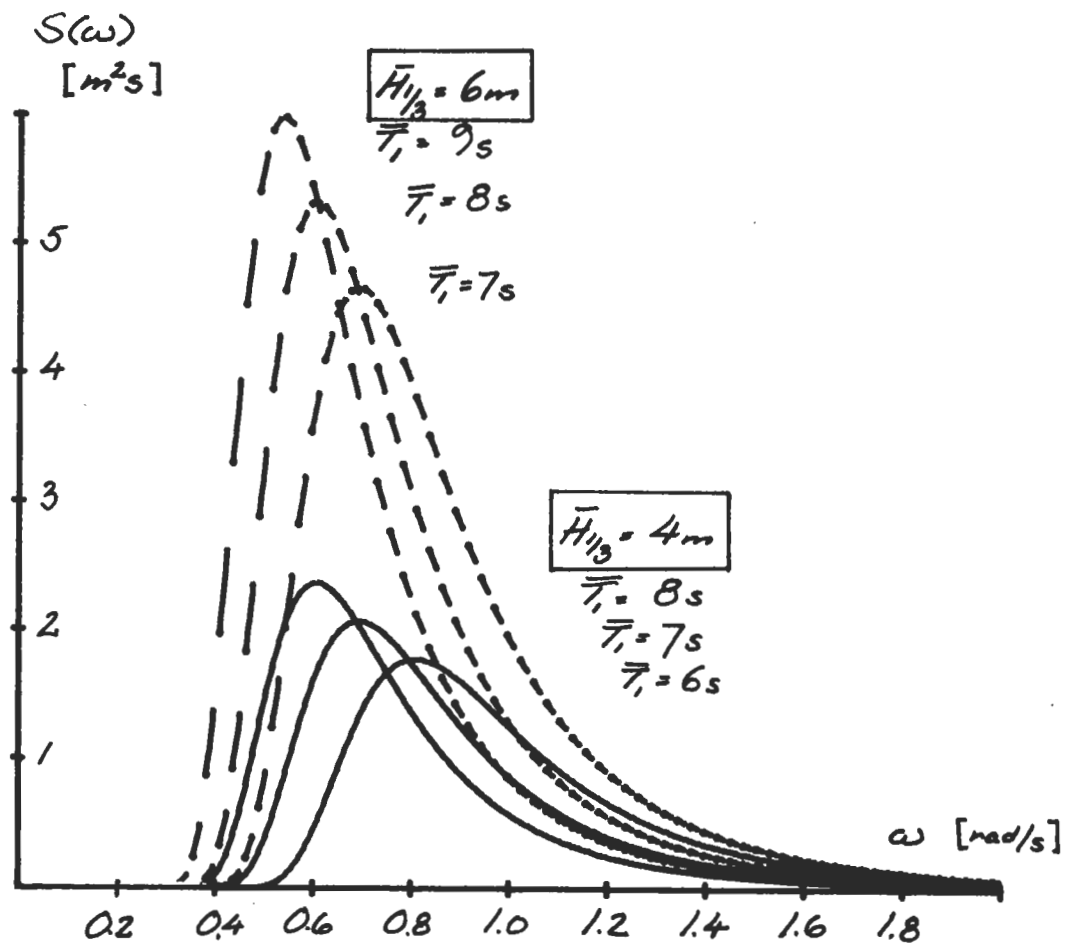


Fig. 4.5

JONSWAP spektrum

Inom "The Joint North Sea Wave Project" (JONSWAP) som startades 1967, studerades inflytandet på vågspektra från begränsat vattendjup och begränsad vindanlöpningssträcka.

Utvärderingen av mätningarna visade att spektra för stationära tillstånd väl kunde beskrivas av funktionen

$$(4.21) \quad S(\omega) = S(\omega)_{PM} \gamma^\beta$$

med

$S(\omega)_{PM}$ = spektrum av Pierson-Moskowitz typ

γ = "pikförstoringsfaktor"

$$(4.22) \quad \beta = e^{-\left(\frac{\omega - \omega_m}{2\sigma^2 \omega_m^2}\right)^2}$$

$$(4.23) \quad \sigma = \begin{cases} \sigma_a = \frac{1}{S(\omega_m)} \int_0^{\omega_m} S(\omega) d\omega & \omega \leq \omega_m \\ \sigma_b = \frac{1}{S(\omega_m)} \int_{\omega_m}^{\infty} S(\omega) d\omega & \omega > \omega_m \end{cases}$$

Funktionen för ett JONSWAP spektrum styrs av 5 parametrar, två i $S(\omega)_{PM}$ samt γ , σ_a , σ_b . Genom det ökade antalet parametrar möjliggörs en bättre anpassning till uppmätta data.

Ofta skrivs JONSWAP spektra som funktion av frekvensen f (Hz) istället för vinkelfrekvensen ω (rad/s).

$$(4.24) \quad S(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} e^{-\frac{5}{4} \left(\frac{f - f_p}{f}\right)^{-4}} \cdot \gamma^\beta$$

där

$$(4.25) \quad S(f) = 2\pi S(\omega)$$

$$(4.26) \quad f_p = \frac{\omega_m}{2\pi}$$

α kallas "Phillips konstant" och har för det ursprungliga PM-spektrumet värdet 0.0081, se (4.11).

För Nordsjön fann man empiriskt följande värden på parametrarna:

$$(4.27) \quad \alpha = 0.076 \bar{x}^{-0.22}$$

$$(4.28) \quad f_p = 3.5 \frac{g}{V} \bar{x}^{-0.33}$$

där

$$(4.29) \quad \bar{x} = \frac{gx}{V^2}$$

med x = vindanlöpningssträckan
 V = vindhastigheten mätt 10m över havsytan,

och vidare

$$(4.30) \quad \begin{aligned} \gamma &= 3.3 \\ \sigma_a &= 0.07 \\ \sigma_b &= 0.09 \end{aligned}$$

Insatt i (4.24) fås efter omskrivning

$$(4.31) \quad S(\omega) = 0.0021 (V\omega_m)^{\frac{2}{3}} g^2 \omega^{-5} e^{-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^4} \cdot 3.3^{\beta}$$

som kan anses vara ett "medel" JONSWAP spektrum för Nordsjön, med

$$(4.32) \quad \omega_m = 22 \frac{g}{V} \left(\frac{gx}{V^2}\right)^{-0.33}$$

Genom "pikförstoringen" får JONSWAP spektrumet en större area än det PM spektrum som det bygger på. Om spektrumet relateras till samma signifikanta våghöjd, kan vi för medel JONSWAP spektrumet skriva

$$(4.33) \quad S(\omega)_{\text{JONSWAP}-\bar{H}_{1/3}} = 0.66 \cdot S(\omega)_{\text{PM}-\bar{H}_{1/3}} \cdot 3.3^{\beta}$$

Fig. 4.6

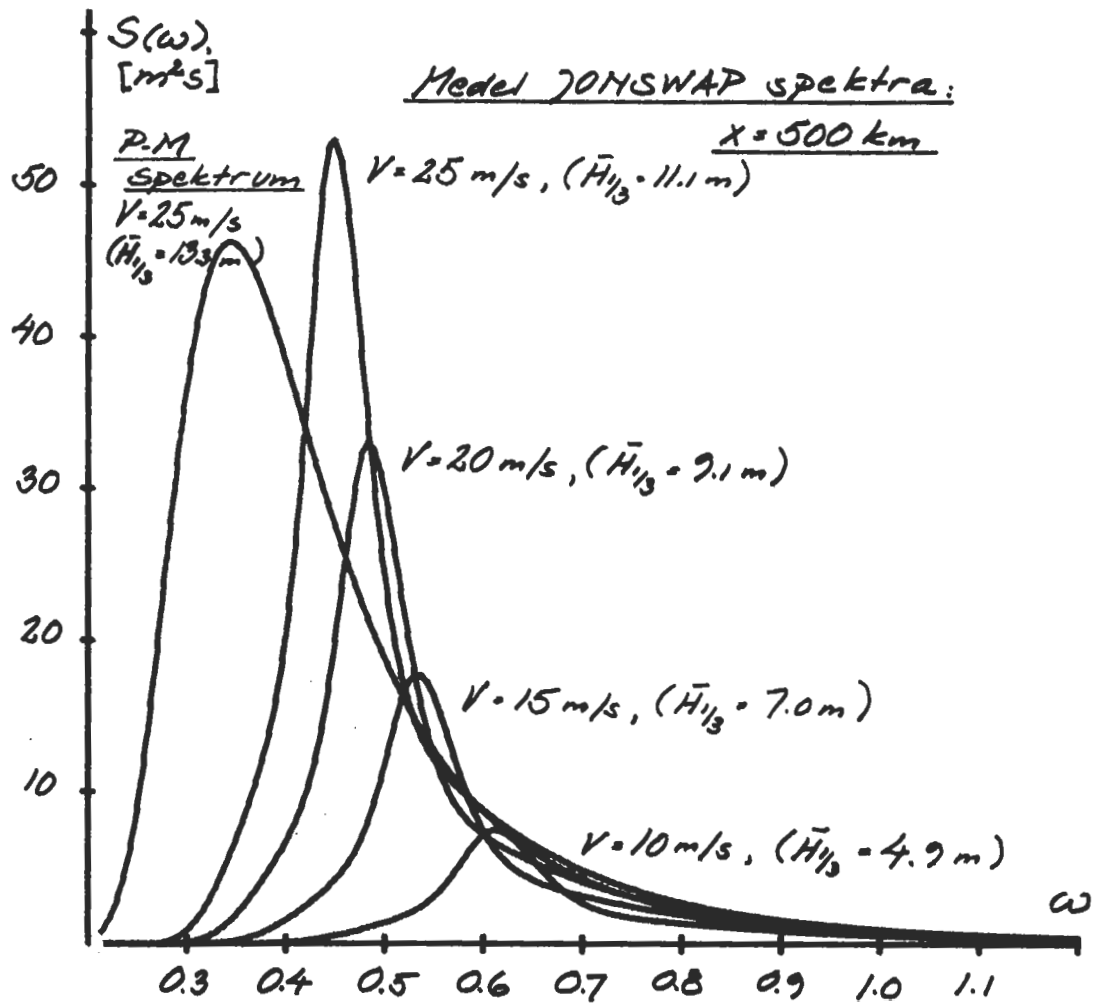
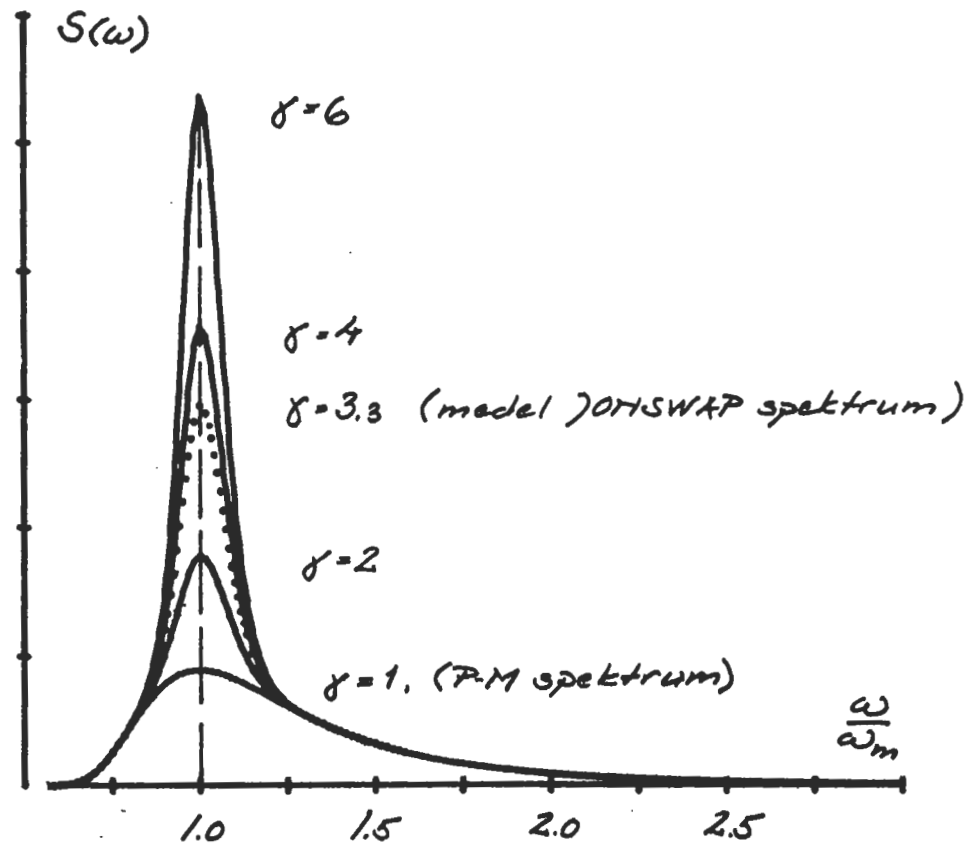
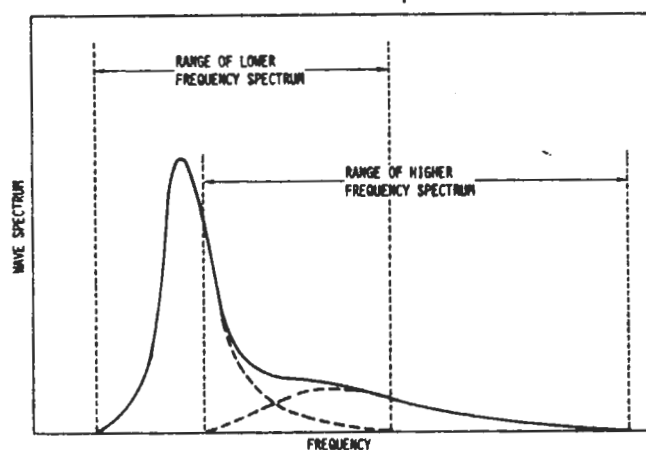


Fig. 4.7

Tvåparameterspektrum av PM-typ bygger på mätningar och observationer av fullt utvecklade sjötillstånd utan inflytande från gammal sjö i form av dyning etc. För att erhålla en god överensstämmelse med mätningar under icke ideala förhållanden krävs en mer flexibel spektrumfunktion.

Exempel på ett avancerat vågspektrum är Ochiis 6-parameter spektrum som har visat sig mycket väl kunna anpassas till godtyckliga vågsystem genom regressionsanalys.

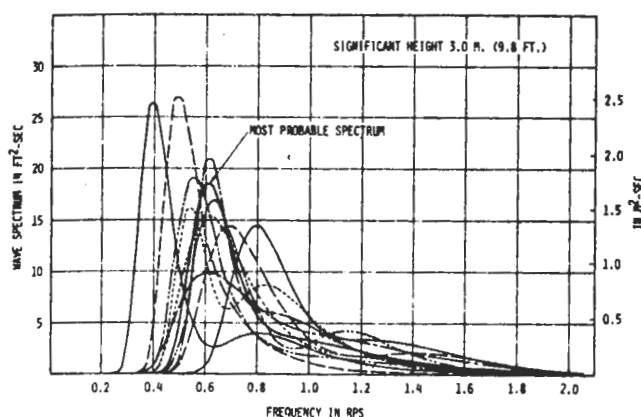
Spektrumet är uppbyggt av två oberoende 3-parameterspektra med $H_{1/3}$, ω_m , och en formfaktor λ som parametrar.



Decomposition of wave spectra

Fig. 4.8
(Från /5/)

Ochi föreslår vidare att man vid beräkning av gensvar använder en familj av spektra med olika form men med samma energiinnehåll. De olika medlemmarna i spektrumfamiljen förväntas uppträda med olika sannolikhet och gensvaret för en given signifikant våghöjd beräknas som summan av gensvaren för de olika medlemmarna multiplicerat med deras sannolikhet.



Family of six-parameter wave spectra for significant wave height 3.0 m (9.8 ft) (from reference [13])

Fig. 4.9
(Från /5/)

Spridningsfunktionen $f(\mu)$

I kap.3 angavs att man förenklat kunde ta hänsyn till våg-systemets riktnings-spridning genom en antaget frekvensoberoende spridningsfunktion $f(\mu)$ sådan att

$$S(\omega, \mu) = S(\omega) f(\mu)$$

För ITTC-spektra rekommenderas

$$(4.34) \quad f(\mu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \mu, \quad |\mu| \leq \frac{\pi}{2}$$

och för ISSC-spektra

$$(4.35) \quad f(\mu) = \frac{8}{3\pi} \cos^4 \mu, \quad |\mu| \leq \frac{\pi}{2}$$

Det är tveksamt om dessa enkla spridningsfunktioner återspeglar verkligheten på ett riktigt sätt. De är mera att betrakta som enkla matematiska modeller än som empiriskt väl underbyggda samband.

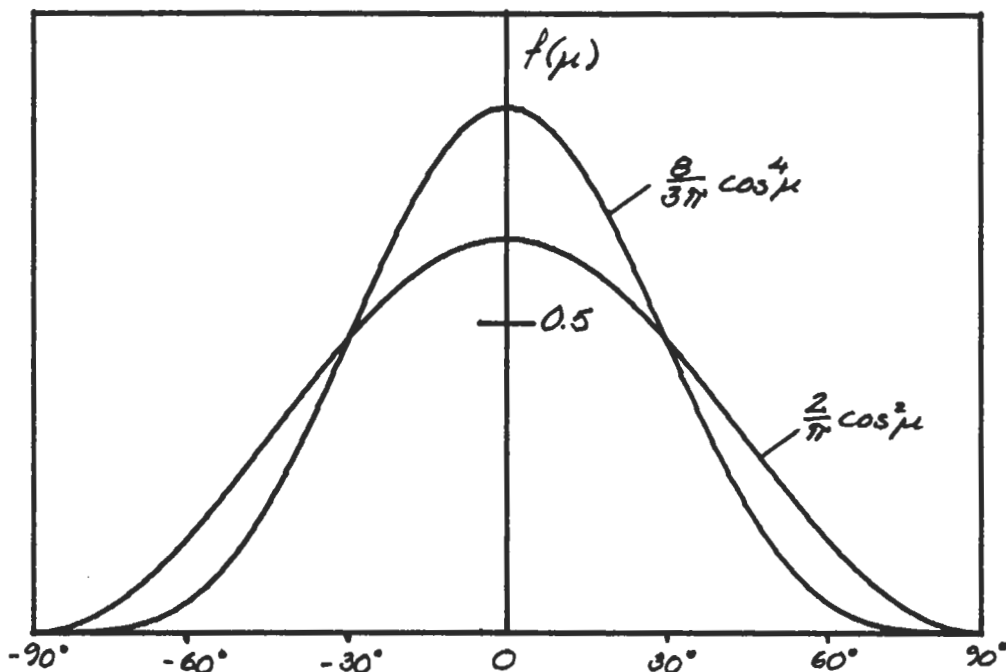


Fig. 4.10

Långtidsfördelning av vågor

Väder och sjötillstånd till havs kan betraktas som stationära endast under mycket begränsade tidsperioder. Under sin livstid hinner ett fartyg (eller en stationär offshore konstruktion) möta ett stort antal vågsystem med varierande signifikanta våghöjder, medelperioder och riktningar.

Våghöjdernas fördelning över lång tid kan principiellt skrivas:

$$(4.36) \quad Q_H(x) = \sum_{w_i} Q_{H_i}(x) p(w_i)$$

med

$$w_i = \text{vågsystem } (\bar{H}_{1/3}, \bar{T})_i$$

$$Q_{H_i}(x) = \text{våghöjdernas fördelning vid } w_i \quad \left(\text{approximativt Rayleighfördelade: } Q_{H_i}(x) = e^{-\frac{x^2}{R H_i}} \right)$$

$$p(w_i) = \text{relativa frekvensen (sannolikheten) för } w_i$$

Långtidsstatistik över sjötillstånd har insamlats från handelsfartyg, fyrskropp och väderstationer runt om på världshaven. Statistiken bygger i de flesta fall på visuella observationer av våghöjd och medelperiod, men på senare år har även mätutrustningar börjat installeras vid många väderstationer.

Den mest omfattande sammanställningen av data finns publicerad av Hogben och Lumb i "Ocean Wave Statistics" (1967). Från 500 fartyg samlades under åren 1953-1961 tillsammans över en miljon visuella observationer på sjötillstånd. För 50 delområden av världshaven tabellerades observerade våghöjder, perioder och huvudriktningar fördelade på olika årstider.

WAVE HEIGHT CODE	WAVE HEIGHT FEET	WAVE HEIGHT METRES	DIRECTION CLASS - ALL DIRECTIONS											TOTALS	WAVE PERIOD CODE	WAVE PERIOD SECONDS
			X	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1			
00	1	0.25	631	574	29	3	2	1		1		6	13	1260	1	CALL OR PERIOD UNDETERMINED
01	1.5	0.5	80	1452	125	36	21	5	1	3	1	1	54	1779	2	5 OR LESS
02	3	1	97	2181	1032	338	99	29	13	2		3	32	3622	3	6 OR 7
03	5	1.5	72	814	1622	600	205	98	27	8	1		2	3449	4	8 OR 9
04	6.5	2	23	126	654	643	253	86	15	5	1		1	1809	5	10 OR 11
05	8	2.5	9	26	221	330	194	73	14	2	1			870	6	12 OR 13
06	9.5	3	3	10	75	120	110	27	10	2				357	7	14 OR 15
07	11	3.5	2	9	26	64	61	26	9	8				205	8	16 OR 17
08	13	4	8	1	13	25	18	8	6	1	1			73	9	18 OR 19
09	14	4.5	2	1	7	11	20	5	2					46	10	20 OR 21
10	16	5	2			7	2	5						16	11	OVER 21
11	17.5	5.5		1		2	3	1	1					8		
12	19	6				2	1	2						5		
13	21	6.5				1	1							3		
14	22.5	7												2		
15	24	7.5												1		
16	25.5	8												1		
17	27	8.5												1		
18	29	9												1		
19	30.5	9.5												1		
20	33	10												1		
21	35	11												1		
22	37	12												1		
23	43	13												1		
24	46	14												1		
25	49	15												1		
26	52	16												1		
27	56	17												1		
28	59	18												1		
29	62	19												1		
TOTALS			920	5198	3006	2189	997	368	98	32	5	10	102	13719		

Fig. 4.11

Exempel på vågdata från Hogben och Lumb

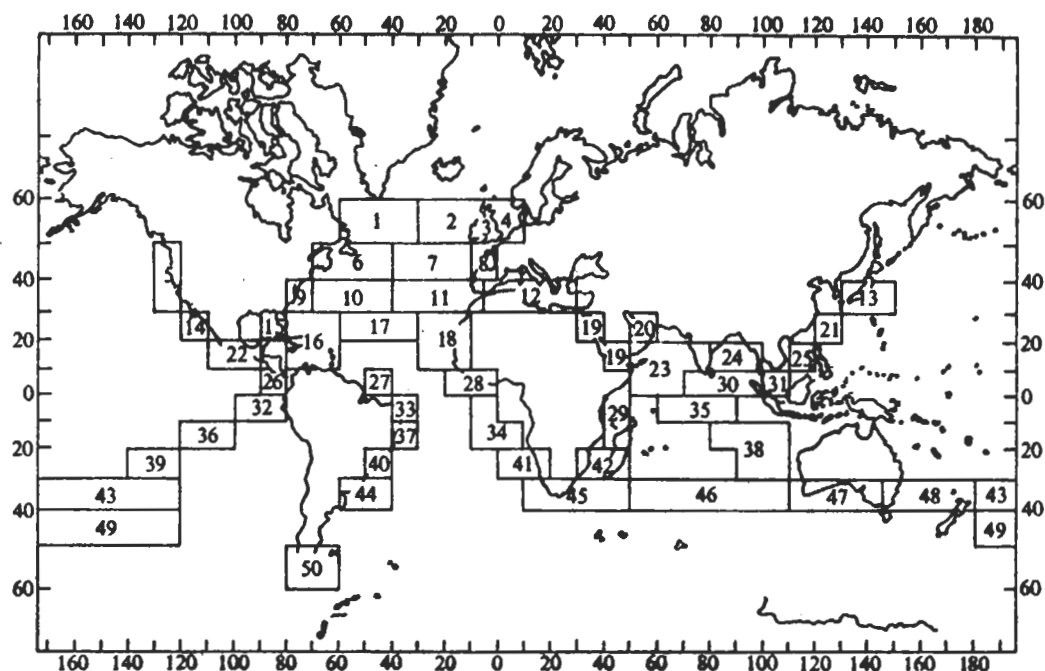


Fig. 4.12

I Fig 4.13 finns data från Hogben och Lumb sammanställda för tre huvudområden:

1. Världshaven sammanslagna
2. Nordatlanten (område 1,2,6,7,8,9,10,11,16,17,18)
3. Norra Nordatlanten (1,2,6,7,8)

Flera jämförande undersökningar har gjorts för att finna sambandet mellan uppmätta och visuellt observerade vågparametrar. Sådana samband kommer självklart att bli beroende på observatörerna, men generellt visar undersökningarna att våghöjden uppskattas med relativt god precision medan observerad medelperiod visar stor spridning.

Efter utvärderingar av mätningar och observationer från väderstationer på Nordatlanten har Nordenström tagit fram följande samband, (ISSC 1973)

$$(4.37) \quad \bar{H}_{1/3} = 1.68 H_v^{0.75}$$

$$(4.38) \quad \bar{T} = 2.83 T_v^{0.44} \pm 1 \quad (\text{normalfördelad})$$

där H_v och T_v är visuella värden.

Liknande alternativa samband är

$$(4.39) \quad \bar{H}_{1/3} = 1.25 + 0.89 H_v \quad (\text{Hogben, Nordatlanten})$$

$$(4.40) \quad \bar{H}_{1/3} = 2.55 + 0.66 H_v \quad (\text{Yamanouchi, N. Stilla Havet})$$

$$(4.41) \quad \bar{T}_{\max} = 5.19 + 0.37 T_v \quad (\quad \text{---} \quad \text{---} \quad)$$

$$(4.42) \quad \bar{H}_{1/3} = H_v^{1.08} \quad (\text{Ochi, Nordatlanten})$$

$$(4.43) \quad \bar{T} = 2.12 T_v^{0.73} \quad (\quad \text{---} \quad \text{---} \quad)$$

wave height (m)	WORLD WIDE observed wave period (T_p) (sec.)										
	2.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5	16.5	18.5	20.5	over 21	totals
0 - 1	24.0470	4.6416	0.9954	0.3316	0.1253	0.0440	0.0245	0.0147	0.1041	0.5480	30.8762
1 - 2	15.5208	17.0941	6.1091	1.7475	0.5498	0.1784	0.0626	0.0175	0.0194	0.0910	41.3902
2 - 3	1.3763	6.0543	6.0000	2.6736	0.8712	0.2668	0.0778	0.0188	0.0054	0.0057	17.3499
3 - 4	0.2008	1.2153	2.1165	1.6245	0.7848	0.2611	0.0817	0.0226	0.0026	0.0030	6.3129
4 - 5	0.0506	0.3278	0.6969	0.6998	0.4151	0.1726	0.0687	0.0196	0.0033	0.0020	2.4564
5 - 6	0.0187	0.0604	0.1469	0.1614	0.1063	0.0509	0.0180	0.0033	0.0012	0.0014	0.5685
6 - 7	0.0158	0.0587	0.1275	0.1551	0.1039	0.0490	0.0215	0.0039	0.0010	0.0011	0.5375
7 - 8	0.0032	0.0240	0.0622	0.0702	0.0501	0.0249	0.0120	0.0026	0.0008	0.0012	0.2521
8 - 9	0.0028	0.0102	0.0266	0.0380	0.0311	0.0169	0.0084	0.0018	0.0013	0.0011	0.1382
9 - 10	0.0013	0.0064	0.0182	0.0308	0.0247	0.0174	0.0093	0.0041	0.0022	0.0012	0.1156
10 - 11	-	0.0003	0.0002	0.0006	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001	-	-	0.0022
11 +	-	0.0001	0.0001	0.0004	0.0007	-	-	0.0001	-	-	0.0014
Totals	41.2373	29.4932	16.2996	7.5335	3.0636	1.0823	0.3846	0.1090	0.1414	0.6557	100.0002

wave height (m)	NORTH ATLANTIC observed wave period (T_p) (sec.)										
	2.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5	16.5	18.5	20.5	over 21	totals
0 - 1	18.6846	4.5036	1.0144	0.3511	0.1381	0.0512	0.0341	0.0179	0.0976	0.5336	25.4262
1 - 2	14.4152	17.6097	6.4484	1.7936	0.5534	0.1852	0.0721	0.0218	0.0213	0.0913	41.2120
2 - 3	1.5051	6.9322	6.7253	2.9229	0.9292	0.2935	0.0825	0.0230	0.0064	0.0074	19.4275
3 - 4	0.2466	1.5878	2.7234	1.9934	0.9298	0.3039	0.0945	0.0299	0.0039	0.0032	7.9164
4 - 5	0.0666	0.4775	1.0347	0.9763	0.5518	0.2304	0.0907	0.0290	0.0058	0.0037	3.4665
5 - 6	0.0197	0.0868	0.2222	0.2434	0.1522	0.0701	0.0237	0.0048	0.0019	0.0019	0.8266
6 - 7	0.0191	0.0903	0.2038	0.2534	0.1622	0.0723	0.0271	0.0064	0.0017	0.0017	0.8380
7 - 8	0.0045	0.0384	0.0996	0.1212	0.0873	0.0425	0.0189	0.0037	0.0009	0.0017	0.4187
8 - 9	0.0023	0.0172	0.0450	0.0671	0.0570	0.0304	0.0155	0.0026	0.0014	0.0024	0.2409
9 - 10	0.0018	0.0110	0.0353	0.0602	0.0495	0.0315	0.0163	0.0080	0.0043	0.0024	0.2203
10 - 11	-	0.0003	0.0005	0.0010	0.0014	0.0005	-	0.0002	-	-	0.0039
11 +	-	0.0003	0.0003	0.0008	0.0018	0.0001	-	-	0.0001	-	0.0034
Totals	34.9655	31.3551	18.5529	8.7844	3.6137	1.3116	0.4754	0.1473	0.1453	0.6492	100.0004

wave height (m)	NORTHERN NORTH ATLANTIC observed wave period (T_p) (sec.)										
	2.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5	16.5	18.5	20.5	over 21	totals
0 - 1	13.7204	3.4934	0.8559	0.3301	0.1127	0.0438	0.0249	0.0172	0.0723	0.3584	19.0291
1 - 2	11.4889	15.5036	6.4817	1.8618	0.5807	0.1883	0.0671	0.0254	0.0203	0.0763	36.2941
2 - 3	1.5944	7.8562	8.0854	3.7270	1.1790	0.3713	0.1002	0.0321	0.0091	0.0082	22.9629
3 - 4	0.3244	2.2487	4.0393	2.9762	1.3536	0.4477	0.1307	0.0428	0.0050	0.0040	11.5724
4 - 5	0.1027	0.7838	1.6998	1.5882	0.9084	0.3574	0.1443	0.0433	0.0072	0.0049	5.6400
5 - 6	0.0263	0.1456	0.3749	0.4038	0.2493	0.1200	0.0382	0.0067	0.0027	0.0027	1.3702
6 - 7	0.0277	0.1477	0.3614	0.4472	0.2804	0.1301	0.0504	0.0113	0.0011	0.0032	1.4605
7 - 8	0.0084	0.0714	0.1882	0.2199	0.1634	0.0785	0.0353	0.0069	0.0018	0.0034	0.7772
8 - 9	0.0037	0.0325	0.0856	0.1252	0.1119	0.0558	0.0303	0.0045	0.0027	0.0033	0.4555
9 - 10	0.0034	0.0204	0.0674	0.1173	0.0983	0.0550	0.0303	0.0173	0.0079	0.0047	0.4220
10 - 11	-	0.0005	0.0012	0.0023	0.0031	0.0012	-	0.0005	-	-	0.0088
11 +	-	0.0005	0.0007	0.0019	0.0035	0.0002	-	-	0.0005	-	0.0073
Totals	27.3003	30.3043	22.2415	11.8009	5.0143	1.8493	0.6517	0.2080	0.1306	0.4691	100.0000

Fig. 4.13
(Från /4/)

Genom summering av korttidsfördelningarna enl (4.36) kan vi för ett specifikt område beräkna sannolikheten Q_H att en enskild våghöjd H kommer att överskridas. Upprepade sådana beräkningar för olika H ger oss ett diagram enl Fig 4.14.

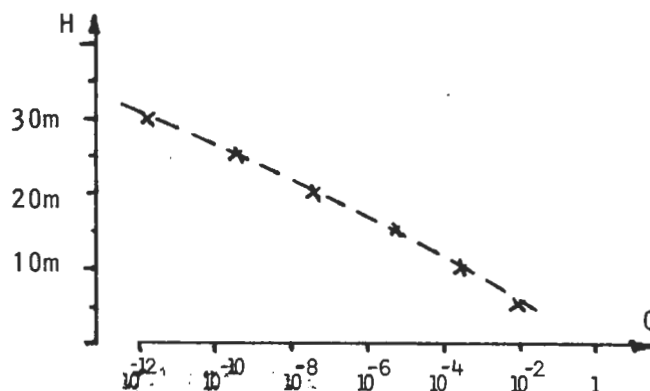


Fig. 4.14

Alternativt kan man tolka diagrammet så att Q_H anger den relativa frekvens med vilken H uppträder, dvs bland N vågor kommer ungefär $n = Q_H N$ att vara större än H , vilket gäller med större noggrannhet ju större N är. Den mest sannolika största våghöjden bland N blir då den som har sannolikheten $Q_H = 1/N$.

Fördelningen av den mest sannolika största våghöjden kan med god noggrannhet approximeras med en Weibullfördelning

$$(4.44) \quad Q(H) = 1 - F(H) = e^{-\left(\frac{H}{B}\right)^k}$$

där exponenten k kommer att bestämma extremvärdesfördelningen vid en given sannolikhetsnivå Q_H .

Analogt med korttidsfördelningen (3.28) kan extremvärdesfördelningen över lång tid beskrivas av

$$(4.45) \quad H_{Qf} = B \left(\ln \left(\frac{1}{1 - (1-f)Q} \right) \right)^{1/k}$$

eller approximativt för små f

$$(4.46) \quad H_{Qf} \approx B \left(\ln \left(\frac{1}{Qf} \right) \right)^{1/k}$$

Säkerhetsfaktorn C_f för en given sannolikhetsnivå Q och risknivå f kan beräknas ur

$$(4.47) \quad C_f = \frac{H_{Qf}}{H_Q} = \left(\frac{\ln \left(\frac{1}{1 - (1-f)Q} \right)}{\ln \left(\frac{1}{Q} \right)} \right)^{1/k} \approx \left(\frac{\ln \left(\frac{1}{Qf} \right)}{\ln \left(\frac{1}{Q} \right)} \right)^{1/k}$$

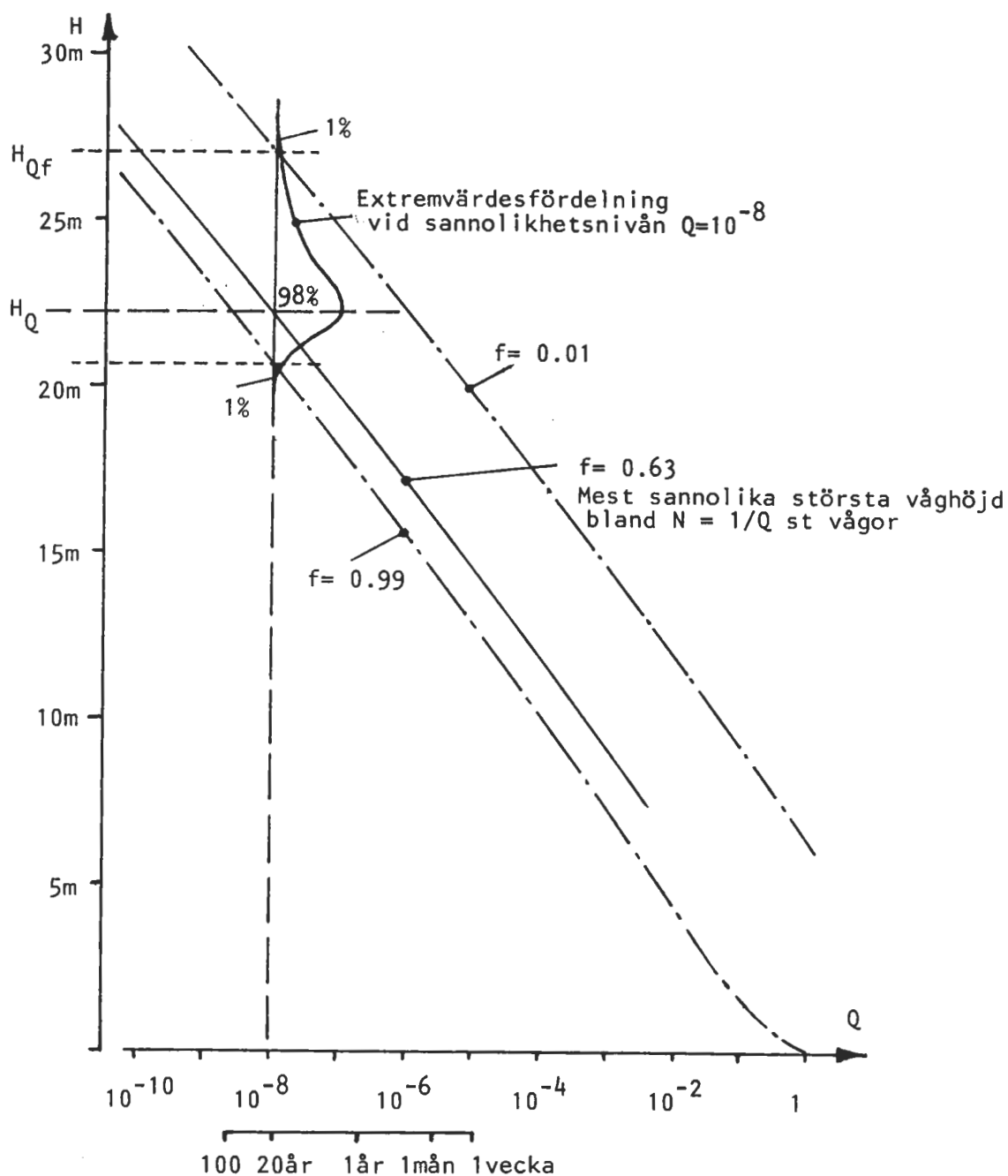


Fig. 4.15

I figuren ovan visas ett exempel på långtidsfördelning av enskilda våghöjder vid olika risknivåer f . Extremvärdesfördelningen har sitt maximum vid $f = 0.63$ vilket innebär att den mest sannolika största våghöjden överskrids med sannolikheten (risken) 0.63.

Under Q -axeln finns också angivet den mest sannolika tidsperioden mellan två extremvärden H_Q vid en genomsnittlig medelperiod $\bar{T}=8$ s. Ett vanligt designkriterium för marina konstruktioner är sannolikhetsnivån $Q = 10^{-8}$ vilket motsvarar det mest sannolika största värde som förväntas uppträda under ca 20 år, dvs ett fartygs ungefärliga livstid.

Vid beräkning av gensvar i vågor spelar vågsystemets medelperiod en stor roll. I de flesta fall är det därför otillräckligt att kunna beräkna den största enskilda våghöjden vid en viss sannolikhetsnivå eftersom perioden är okänd.

Nordenstöm har efter bearbetning av vågobservationer från Nordatlanten (1950-1969, Walden) funnit att den visuella våghöjden inom enskilda periodintervall kan beskrivas av en Weibullfördelning med 3 oberoende parametrar.

$$(4.48) \quad F(H_v | T_{vi}) = 1 - e^{-\left(\frac{H_v - H_{oi}}{H_{ci} - H_{oi}}\right)^{\gamma_i}}$$

$$(4.49) \quad \ln(1-F) = -\left(\frac{H_v - H_{oi}}{H_{ci} - H_{oi}}\right)^{\gamma_i}$$

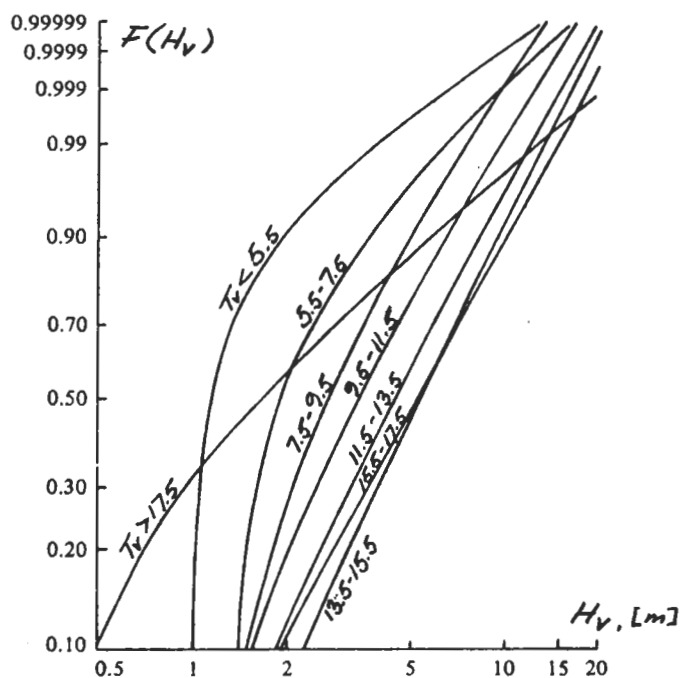


Fig. 4.16
Weibullfördelade visuella våghöjder på Nordatlanten. (Efter /6/)
(Log-log skala)

I tabellen nedan presenteras Weibullparametrarna enl (4.48) för vågdata från några olika områden:

- a World Wide, (data från Hogben och Lumb, Fig. 4.13)
- b Nordatlanten, (Nordenström, data från Walden, Fig 4.16)
- c Nordsjön, (Nordenström, data från Roll)
- d Östersjön, (Myrsten, examensarbete KTH 1982, data från SMHI)

	Visuellt period- intervall, T_v	H_o	H_c	γ	Sannolikhet för pe- riodintervall, p_T
WORLD WIDE	- 5.5	0.6	1.0	0.80	0.412372
	5.5 - 7.5	0.9	1.7	0.92	0.294931
	7.5 - 9.5	1.2	2.4	1.00	0.162996
	9.5 -11.5	1.5	3.0	1.05	0.075335
	11.5-13.5	1.5	3.2	1.05	0.030636
	13.5-15.5	1.2	3.75	1.30	0.010823
	15.5-17.5	0.6	3.95	1.50	0.003846
	17.5-	0.0	0.63	0.58	0.009061
NORDATLANTEN	- 5.5	1.00	1.25	0.63	0.1190
	5.5 - 7.5	1.35	2.20	0.85	0.3453
	7.5 - 9.5	1.10	3.15	1.13	0.3586
	9.5 -11.5	0.75	4.05	1.56	0.1385
	11.5-13.5	0.35	5.35	1.82	0.0290
	13.5-15.5	0.20	6.35	2.02	0.0056
	15.5-17.5	0.00	6.30	1.86	0.0010
	17.5-	0.35	2.35	0.85	0.0028
NORDSJÖN	- 3.5	0	0.72	3.06	0.0335
	3.5 - 4.5	0	0.89	2.27	0.0496
	4.5 - 5.5	0	0.80	1.15	0.1517
	5.5 - 6.5	0	1.25	1.54	0.4319
	6.5 - 7.5	0	2.03	2.27	0.1785
	7.5 - 8.5	0	2.40	2.63	0.1415
	8.5 - 9.5	0	2.40	2.17	0.0100
	9.5 -	0	2.95	2.90	0.0033
ÖSTERSJÖN (Gäller uppmätta värden, $H_{1/3}$, \bar{T} istället för H_v, T_v i (4.48))	- 4.0	0	0.46	2.20	0.2538
	4.0 - 6.0	0	1.09	2.62	0.4871
	6.0 - 8.0	0	1.88	3.09	0.1848
	8.0 -10.0	0	3.32	3.27	0.0662
	10.0-	Otillräckligt statistiskt underlag			0.0080

Med hjälp av sambanden (4.37) och (4.38) ger Nordenströms metod sannolikhetsfördelningen för signifikant våghöjd inom ett givet medelperiodsintervall $F(\bar{H}_{1/3} | \bar{T}_i)$.

Sannolikheten för att en enskild våghöjd inom periodintervallet skall överskridas blir

$$(4.50) \quad Q(H | \bar{T}_i) = \int_0^{\infty} Q(H | \bar{H}_{1/3}) f(\bar{H}_{1/3} | \bar{T}_i) d\bar{H}_{1/3}$$

Då $F(\bar{H}_{1/3} | \bar{T}_i)$ är en Weibullfördelning måste integralen lösas numeriskt. Upprepade sådana beräkningar för olika H visar att $Q(H | \bar{T}_i)$ kan approximeras med en ny Weibullfördelning.

Sannolikheten för överskridande av en enstaka våghöjd H oberoende av medelperiodintervallet fås genom summering:

$$(4.51) \quad Q(H) = \sum p(\bar{T}_i) Q(H | \bar{T}_i)$$

Alternativt kan man genomföra integreringen-ssummeringen i omvänd ordning.

$$(4.52) \quad Q(\bar{H}_{1/3}) = \sum p(\bar{T}_i) Q(\bar{H}_{1/3} | \bar{T}_i)$$

där även $Q(\bar{H}_{1/3})$ väl kan beskrivas av en Weibullfördelning.

$$(4.53) \quad Q(\bar{H}_{1/3}) = e^{-\left(\frac{\bar{H}_{1/3}}{\sqrt{2}A}\right)^m} = e^{-\left(\frac{\sqrt{R_H}}{A}\right)^m}$$

Fördelningen för enskilda våghöjder fås genom integrering

$$(4.54) \quad Q(H) = \int_0^{\infty} Q(H | \bar{H}_{1/3}) f(\bar{H}_{1/3}) d\bar{H}_{1/3} = \int_0^{\infty} e^{-\frac{H^2}{R_H} \cdot m \frac{\sqrt{R_H}}{A}^{(m-1)}} \cdot e^{-\left(\frac{\sqrt{R_H}}{A}\right)^m} d\sqrt{R_H}$$

Nordenström har visat att $Q(H)$ kan approximeras med en Weibullfördelning sådan att

$$(4.55) \quad Q(H) = e^{-\left(\frac{H}{B}\right)^k}$$

där

$$(4.56) \quad k \approx \frac{2}{\frac{1.7}{m} + 1}$$

och

$$(4.57) \quad B \approx \frac{A}{\frac{0.6364}{\sqrt{m}} + 1} \quad (A \text{ och } m \text{ ur (4.53)})$$

Flera andra metoder för beräkning av extremvärden på våghöjder finns utöver de här skisserade. En jämförande beräkning där sju olika metoder tillämpades på vågdata från väderfartyget "Famita" gav som resultat "100-års" våghöjder på mellan 24 och 35 m (Eide, DNV 1979)! Osäkerheten är alltså mycket stor, framför allt beroende på bristande statistiskt underlag av de extrema våghöjderna. Samtliga beräkningsmetoder är ju en form av extrapolering av känd statistik.

TABLE 1.—Probability Distributions Used to Describe Long-Term Wave Heights

Distribution (1)	Range (2)	Cumulative probability, $P(H)$ (3)	Mean (4)	Variance (5)
Lognormal	$0 < H < \infty$ $-\infty < \theta < \infty$ $0 < \alpha < \infty$	$(1/\sqrt{2\pi}) \int_0^H \frac{1}{\alpha h} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(h) - \theta}{\alpha}\right)^2\right] dh$	$\exp\left(\theta + \frac{\alpha^2}{2}\right)$	$\exp(2\theta + \alpha^2)[\exp(\alpha^2) - 1]$
Type I	$-\infty < H < \infty$ $-\infty < \epsilon < \infty$ $0 < \theta < \infty$	$\exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{H - \epsilon}{\theta}\right)\right]\right\}$	$\epsilon + \gamma\theta$ ($\approx \epsilon + 0.580\theta$)	$\frac{\pi^2}{6}\theta^2$ ($\approx 1.645\theta^2$)
Type II	$0 < H < \infty$ $0 < \theta < \infty$ $0 < \alpha < \infty$	$\exp\left[-\left(\frac{H}{\theta}\right)^\alpha\right]$	$\theta\Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)$	$\theta^2\left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\right]$
Type III _L (Lower Bound)	$\epsilon < H < \infty$ $0 < \theta < \infty$ $0 < \alpha < \infty$	$1 - \exp\left[-\left(\frac{H - \epsilon}{\theta}\right)^\alpha\right]$	$\epsilon + \theta\Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)$	$\theta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right]$
Type III _U (Upper Bound)	$-\infty < H < \epsilon$ $0 < \theta < \infty$ $0 < \alpha < \infty$	$\exp\left[-\left(\frac{\epsilon - H}{\theta}\right)^\alpha\right]$	$\epsilon - \theta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$	$\theta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right]$

TABLE 2.—Scale Relationships for Probability Papers

Distribution (1)	Abscissa scale x (2)	Ordinate scale y (3)	Slope a (4)	Intercept b (5)
Lognormal	$\ln(H)$	$P(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-1/2t^2} dt$	$1/\alpha$	$-\theta/\alpha$
Type I	H	$-\ln\{-\ln[P(H)]\}$	$1/\theta$	$-\epsilon/\theta$
Type II	$\ln(H)$	$-\ln\{-\ln[P(H)]\}$	α	$-\alpha \ln \theta$
Type III _L (Lower Bound)	$\ln(H - \epsilon)$ H	$\ln\{-\ln[Q(H)]\}$ $\{-\ln[Q(H)]\}^{1/\alpha}$	α $1/\theta$	$-\alpha \ln \theta$ $-\epsilon/\theta$
Type III _U (Upper Bound)	$-\ln(\epsilon - H)$ H	$-\ln\{-\ln[P(H)]\}$ $-\{-\ln[P(H)]\}^{1/\alpha}$	α $1/\theta$	$\alpha \ln \theta$ $-\epsilon/\theta$

Fig. 4.17

Tabell över olika fördelningar använda till att beskriva långtidsstatistik över våghöjder. (Från /7/)

Samband Vind - Våghöjd - Medelperiod

Forskning pågår idag runt om i världen för att skapa metoder att kunna förutsäga ett kommande vågsystems utseende utifrån meteorologiska observationer. Prognosberäkningar av detta slag blir mycket komplicerade på grund av det stora antalet variabler, men det är fullt tänkbart att väderutsikterna så småningom kompletteras med "vågutsikter".

För områden där vågdata saknas tvingas man använda enkla samband mellan vind och våghöjd.

Ur (4.7) samt (4.11-12) kan vi lösa ut Piersons samband för fullt utvecklade sjö:

$$(4.58) \quad \bar{H}_{1/3} = 0.0213 V^2$$

I Fig 4.18 visas ett ungefärligt samband rekommenderat av ITTC

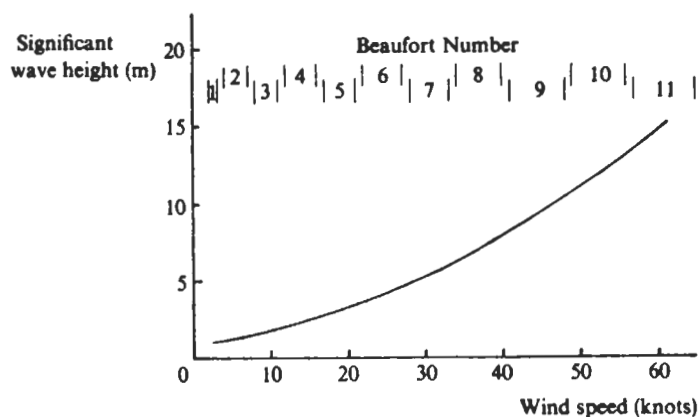


Fig 4.18
(Från /4/)

ITTC spektrumet bygger vidare på en medelperiod

$$(4.59) \quad \bar{T} = 3.55 \sqrt{\bar{H}_{1/3}}$$

Ett annat liknande samband har föreslagits av Hoffman

$$(4.60) \quad \bar{T}_1 = 5.5 + 0.56 \bar{H}_{1/3}$$

Det bör observeras att något allmängiltigt samband inte existerar eftersom de lokala förhållandena som t ex ström, vådersystem, vindanlöpningssträcka och bottenprofil har stor inverkan på sjöstillståndet. För ett specifikt område kan man ur observationer eller mätningar bestämma den kopplade sannolikhetsfördelningen mellan signifikant våghöjd och medelperiod. Exempel på en sådan fördelning visas i fig. 4.19.

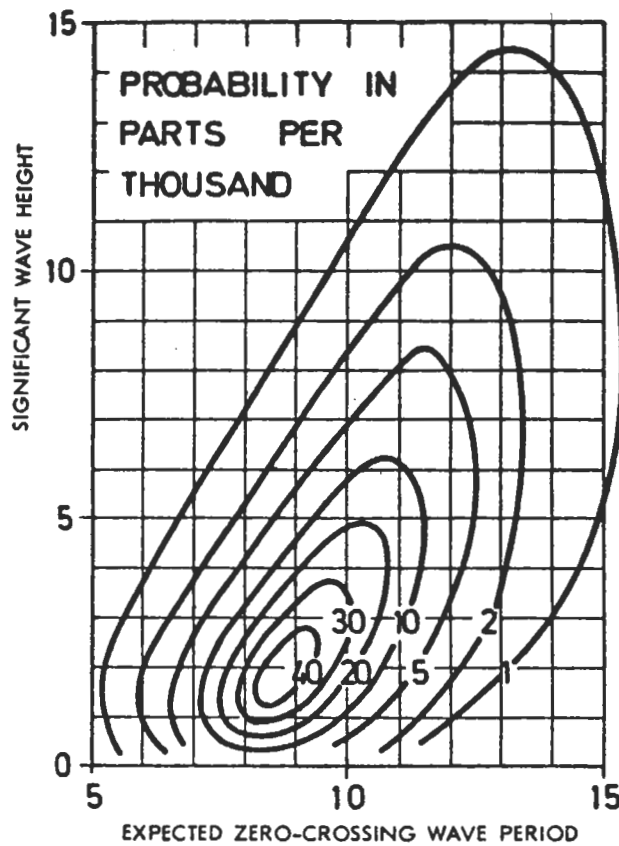


Fig. 4.19
(Från /8/)

Av stor betydelse för gensvar i vågor är förhållandet mellan våghöjd och vågperiod, s k "branthet" (wave steepness). Brantheten definieras för en enskild våg som

$$(4.61) \quad s = \frac{2\pi}{g} \frac{H}{T^2} = \frac{H}{\lambda}$$

och signifikant branthet för ett sjötillstånd som

$$(4.62) \quad s_s = \frac{2\pi}{g} \frac{\bar{H}_{1/3}}{\bar{T}^2}$$

För enskilda designvågor anger DnV följande största brantheter,

$$(4.63) \quad \begin{cases} s = \frac{1}{7} & , T \leq 6 \\ s = \frac{1}{7 + \frac{0.93}{H}(T^2 - 36)} & , T > 6 \end{cases}$$

och för designsjötillstånd

$$(4.64) \quad \begin{cases} s_s = 1/10 & , \bar{T} \leq 6 \\ s_s = 2/15 - \bar{T}/180 & , 6 \leq \bar{T} < 12 \\ s_s = 1/15 & , 12 \leq \bar{T} \end{cases}$$

WAVE AND SEA SCALE FOR FULLY ARISEN SEA														
SEA STATE	SEA-GENERAL	WIND				SEA								
	DESCRIPTION	(BEAUFORT) WIND FORCE	DESCRIPTION	RANGE (KNOTS)	WIND VELOCITY (KNOTS)	WAVE HEIGHT FEET			SIGNIFICANT RANGE OF PERIODS (SECONDS)	T _{max} PERIOD OF MAXIMUM ENERGY OF SPECTRUM	T̄ (AVERAGE PERIOD)	L̄ (AVERAGE WAVE LENGTH)	MINIMUM FETCH (NAUTICAL MILES)	MINIMUM DURATION (HOURS)
						AVERAGE	SIGNIFICANT	AVERAGE 1/10 HIGHEST						
0	Sea like a mirror.	U	Calm	< 1	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-
	Ripples with the appearance of scales are formed, but without foam crests.	1	Light Air	1-3	2	0.05	0.08	0.10	1.2-2.8	0.7	0.5	10 in.	5	18 min.
1	Small wavelets, short but pronounced; crests have a glossy appearance, but do not break.	2	Light Breeze	4-6	5	0.18	0.29	0.37	0.4-2.8	2.0	1.4	6.7 ft.	8	39 min.
	Large wavelets, crests begin to break. Foam of glassy appearance. Perhaps scattered white horses.	3	Gentle Breeze	7-10	8.5	0.6	1.0	1.2	0.8-5.0	3.4	2.4	20	9.8	1.7 hrs.
2	Small waves, becoming larger; fairly frequent white horses.	4	Moderate Breeze	11-16	10	0.88	1.4	1.8	1.0-6.0	4	2.9	27	10	2.4
					12	1.4	2.2	2.8	1.0-7.0	4.8	3.4	40	18	3.8
3	Moderate waves, taking a more pronounced long form; many white horses are formed. (Chance of some spray).	5	Fresh Breeze	17-21	13.5	1.8	2.9	3.7	1.4-7.6	5.4	3.9	52	24	4.8
					14	2.0	3.3	4.2	1.5-7.8	5.6	4.0	59	28	5.2
4	Large waves begin to form; the white foam crests are more extensive everywhere. (Probably some spray).	6	Strong Breeze	22-27	16	2.9	4.6	5.8	2.0-8.8	6.5	4.6	71	40	6.6
					18	3.8	6.1	7.8	2.5-10.0	7.2	5.1	90	55	8.3
5	Sea heaps up and white foam from breaking waves begins to be blown in streaks along the direction of the wind. (Spindrift begins to be seen).	7	Moderate Gale	28-33	19	4.3	6.9	8.7	2.8-10.6	7.7	5.4	99	65	9.2
					20	5.0	8.0	10	3.0-11.1	8.1	5.7	111	75	10
6	Moderately high waves of greater length; edges of crests break into spindrift. The foam is blown in well marked streaks along the direction of the wind. Spray affects visibility.	8	Fresh Gale	34-40	22	6.4	10	13	3.4-12.2	8.9	6.3	134	100	12
					24	7.9	12	16	3.7-13.5	9.7	6.8	160	130	14
7	High waves. Dense streaks of foam along the direction of the wind. Sea begins to roll. Visibility affected.	9	Strong Gale	41-47	24.5	8.2	13	17	3.8-13.6	9.9	7.0	164	140	15
					26	9.6	15	20	4.0-14.5	10.5	7.4	188	180	17
8	Very high waves with long overhanging crests. The resulting foam is in great patches and is blown in dense white streaks along the direction of the wind. On the whole the surface of the sea takes a white appearance. The rolling of the sea becomes heavy and shock-like. Visibility is affected.	10	Whole Gale	48-55	28	11	18	23	4.5-15.5	11.3	7.9	212	230	20
					30	14	22	28	4.7-16.7	12.1	8.6	250	280	23
9	Exceptionally high waves. See completely covered with long white patches of foam lying in direction of wind. Everywhere edges of wave crests are blown into froth. Visibility affected.	11	Storm	56-63	30.5	14	23	29	4.8-17.0	12.4	8.7	258	290	24
					32	16	26	33	5.0-17.5	12.9	9.1	285	340	27
10	Air filled with foam and spray. See white with driving spray; visibility very seriously affected.	12	Hurricane	64-71	34	19	30	38	5.5-18.5	13.6	9.7	322	420	30
					36	21	35	44	5.8-19.7	14.5	10.3	363	500	34
11					37	23	37	46.7	6-20.5	14.9	10.5	376	530	37
					38	25	40	50	6.2-20.8	15.4	10.7	392	600	38
12					40	28	45	58	6.5-21.7	16.1	11.4	444	710	42
					42	31	50	64	7-23	17.0	12.0	492	830	47
13					44	36	58	73	7-24.2	17.7	12.5	534	960	52
					46	40	64	81	7-25	18.6	13.1	590	1110	57
14					48	44	71	90	7.5-26	19.4	13.8	650	1250	63
					50	49	78	99	7.5-27	20.2	14.3	700	1420	69
15					51.5	52	83	106	8-28.2	20.8	14.7	736	1560	73
					52	54	87	110	8-28.5	21.0	14.8	750	1610	75
16					54	59	95	121	8-29.5	21.8	15.4	810	1800	81
					56	64	103	130	8.5-31	22.6	16.3	910	2100	88
17					59.5	73	116	148	10-32	24	17.0	985	2500	101
					64-71	>64	>80	>128	>164	10-(35)	(26)	(18)		

Fig. 4.20
 Tabell över olika sjöstillstånd använd av US Navy, 1965 (Från /9/)

KAP. 5 GENSVAR I VÅGOR

Ett fartygs gensvar i vågor kan delas upp i följande tre huvudgrupper:

Rörelser, dvs förskjutningar hastigheter och accelerationer av fartyget (normalt betraktat som stel kropp) i 6 frihetsgrader.

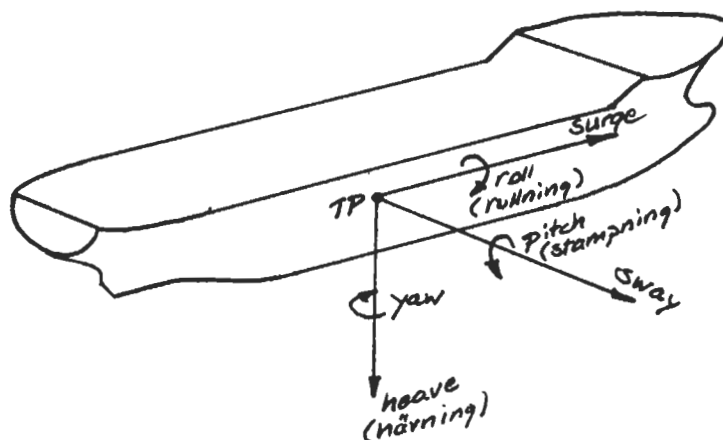


Fig. 5.1

Belastningar, inducerade av vågorna direkt genom hydrostatiskt och hydrodynamiskt tryck eller indirekt genom t ex tröghetskrafter.

Speciella effekter t ex slamning, "grönt vatten" över däck och fartminskning.

Tillsammans med stabilitet och manöverförmåga utgör gensvaren i vågor grunden för ett fartygs sjövärdighet.

För ett vanligt handelsfartyg är rörelserna hävning, stampning och rullning av störst betydelse. Dimensionerande belastning är normalt det vertikala böjmomentet kombinerat med lokalt lateralt tryck.

För en offshore konstruktion t ex en förankrad semi-submersible-plattform är krafter och rörelser i surge och sway avgörande för förankringens dimensionering, medan "split" kraften mellan pontonerna ofta kan vara dimensionerande för själva konstruktionen.

Kvasistatisk analys

Den klassiska beräkningsmetoden för dimensionerande vertikalt böjmoment i vågor utgår från den statiska belastningen av en regelbunden våg. Antagandet innebär att fartyget förutsätts befinna sig i statisk jämvikt samt att tröghetskrafter från rörelserna är försumbart små.

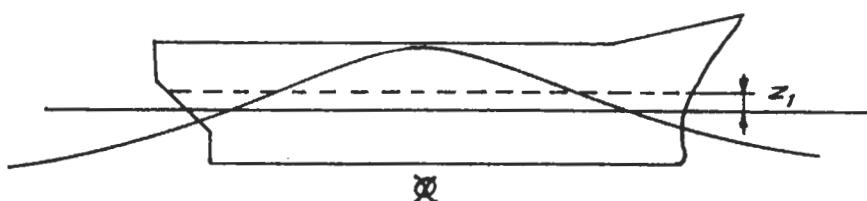


Fig. 5.2

Maximalt böjmoment (hogging) uppträder då vågtoppen befinner sig midskepps och kan beräknas ur

$$(5.1) \quad M_v = - \int_0^{L/2} x y p_z dx$$

där p_z är resulterande vertikalt tryck på skrovet.

Om vi antar att den regelbundna vågen är harmonisk, $\zeta = a \cos(kx)$, blir enligt (1.16)

$$(5.2) \quad p_z = \rho g(z_1 - a e^{-kz} \cos kx)$$

där z_1 är fartygets hävning från lugnvattenlinjen vid bibehållen statisk jämvikt.

För dimensioneringsändamål används en fiktiv effektiv våghöjd H_e (vågamplitud h_e) som är korrigerad för Smith-effekten i tryckfördelningen.

Om fartygssidan antas vara vertikal (y oberoende av z) och fartyget approximativt symmetriskt kring $L/2$ blir z_1

$$(5.3) \quad z_1 \approx \frac{2h_e}{L C_{VL}} \int_0^{L/2} y \cos kx dx$$

där C_{VL} , vattenlinjearea-koefficienten = $\frac{\text{Vattenlinjearea}}{LB}$

Det kvasistatiskt beräknade våginducerade böjmomentet brukar skrivas på formen

$$(5.4) \quad M_v = \rho g L^2 B \cdot h_e \cdot m$$

där $m(C_{VL}, L/\lambda)$ är en statisk momentfaktor.

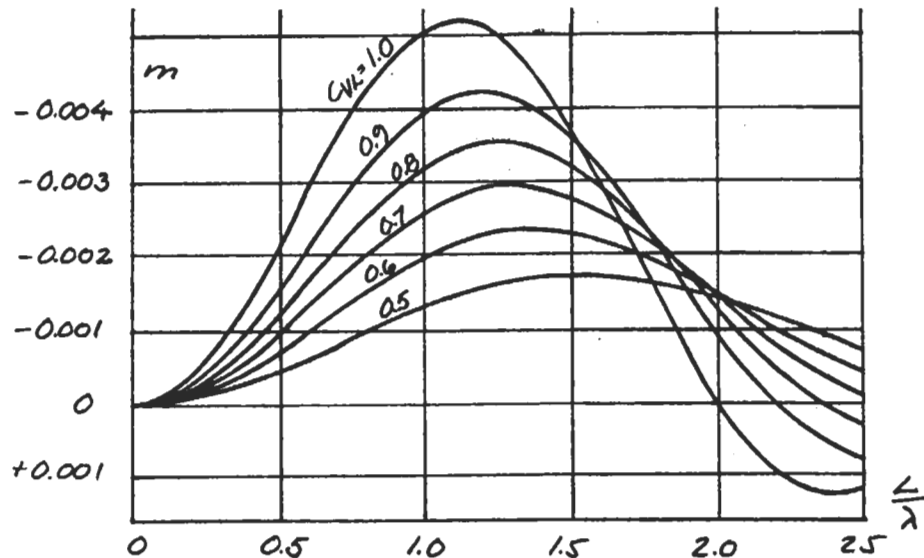


Fig. 5.3

Den kvasistatiska analysen bygger på en grov förenkling av verkliga förhållanden men kan ge tillräcklig noggrannhet för en kvalitativ jämförelse mellan olika fartyg.

Klassificeringssällskapens formler för design vågböjmoment skrivs ofta på en liknande form som (5.4) men i stället för h_e och m används faktorer som grundar sig på genomsnittliga värden från dynamisk analys. I fig. 5.4 visas ett exempel från Lloyds regler 1982.

5.3 Rule wave bending moment

5.3.1 The Rule wave bending moment, M_w , is calculated at amidships and is given by the expression:—

$$M_w = f C_1 L^2 B (C_b + 0,7) \times 10^{-3} \text{ kN m (tonne-fm)}$$

where C_1 has the values given in Table 4.5.1,

$f = 98,1 (10,0)$ for unrestricted sea-going service,

$= 49,0 (5,0)$ for sheltered water service,

$= 78,5 (8,0)$ for short voyages,

and C_b is not to be taken less than 0,60.

Length L	Factor C_1
m < 90	$0,0412L + 4,0$
$90-300$	$10,75 - \left(\frac{300-L}{100}\right)^{1,5}$
$> 300 \leq 350$	10,75
$> 350 \leq 500$	$10,75 - \left(\frac{L-350}{150}\right)^{1,5}$

Fig. 5.4

Dynamisk analys

Den allmänna rörelseekvationen i 6 frihetsgrader för ett fartyg i regelbundna vågor kan skrivas

$$(5.5) \quad (M_{jk} + A_{jk}) \ddot{\eta}_k + B_{jk} \dot{\eta}_k + C_{jk} \eta_k = F_j e^{i\omega_e t}, \quad j, k = 1, 2, \dots, 6$$

η_k är rörelser

F_j är amplituder för yttre krafter och moment verkande i rörelsernas riktning

ω_e är mötandefrekvensen

$$(5.6) \quad = \omega - V \frac{\omega^2}{g} \cdot \cos\beta \quad \text{där } \omega \text{ är vågornas egenfrekvens}$$

V är fartygets fart
 β är relativ vågriktning

M_{jk} är matrisen för "generaliserad" massa (masströghetsmoment)

A_{jk} är matrisen för medsvängande (added) massa (tröghetsmoment)

B_{jk} är dämpningsmatrisen

C_{jk} är matrisen för återförande hydrostatiska krafter (moment)

Under antagande att koefficienterna i differentialekvationen (5.5) är konstanta oberoende av amplituden kan rörelserna lösas ut som linjära funktioner av vågamplituden

$$(5.7) \quad \eta_k = a_{\eta k} \cos(\omega_e t + \epsilon_k)$$

Linjäritetsantagandet är fundamentalt för de statistiska metoder som beskrivs i detta kapitel och de flesta beräkningar som utförs för fartyg grundar sig på det. Modellförsök i regelbundna vågor har visat principens giltighet för normala skrovformer och vågamplituder.

Som exempel på icke linjära gensvar för fartyg kan nämnas stampningsrörelsen för fartyg med utpräglad flare i förskeppet där den hydrostatiskt återförande kraften blir beroende av amplituden. Även vid stora rullningsamplituder kommer dämpningskoefficienten och det hydrostatiskt återförande momentet (GZ) att bli amplitudberoende.

Under antagande av linjäritet kan man generellt både för rörelser och belastningar skriva

$$(5.8) \quad Y_{\xi\zeta}(\omega) = \frac{a_\xi}{a_\zeta}$$

$Y_{\xi\zeta}$ betecknar gensvarsamplitud per vågamplitud och benämns transfer- (överförings-)funktionen för gensvaret ξ .

Inom kursen i skeppshydromekanik ges en översikt av de olika beräkningsmetoder som används för att lösa ekv (5.5).

Här nämner vi bara den för närvarande mest använda metoden, den sk strip-metoden. Den presenterades ursprungligen av Korvin-Kroukowsky och Jacobs 1957 och har sedan förfinats av bl a Tasaf, Söding och Salvesen, Tuck, Faltinsen.

Principen för stripmetoden är att fartyget delas in i ett antal skivor för vilka konstant tvärsnitt antages. För varje tvärsnittsgeometri beräknas koefficienterna i A_{jk} , B_{jk} , C_{jk} under antagande av tvådimensionell strömning. Den existerande kraften F_{jk} beräknas ur tryckfördelningen längs skrovets yta.

Gensvarsekvationerna för hela fartyget erhålles genom integrering (summering) av A,B,C,F över längden.

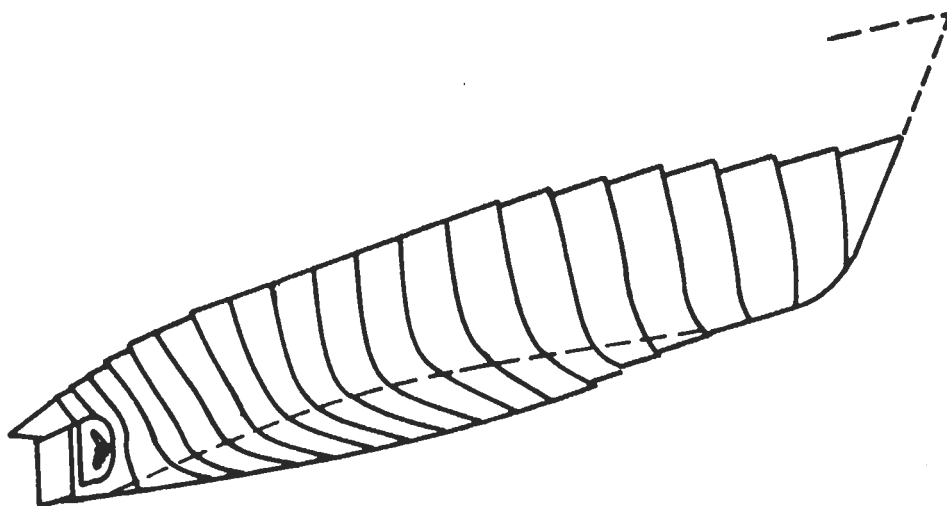


Fig. 5.5
(Från /10/)

FISH EYE VIEW
STRIP THEORY

Som alternativ till numeriska beräkningar kan man genomföra modellförsök. De flesta modellrännorna har någon form av vågalstrare i den ena änden vilken gör det möjligt att genomföra gensvarsförsök i motsjö för olika farter. De gensvar som brukar mätas på detta sätt är hävning och stampning samt eventuellt vertikalt böjmoment midskepps. För att kunna mäta gensvar i andra vågriktningar än motsjö fordras en speciell vågtank, tillräckligt stor för att man ska kunna köra (släpa) modellen med fart i alla riktningar mot vågorna. Stora vågtankar finns bl a på Marintekniska Institutet, SSPA i Göteborg och på Marintekniske Senter i Trondheim. I tankarna har man även möjlighet att styra vågalstrarna så att oregelbundna långkammiga och oregelbundna kortkammiga vågor kan genereras.

Modellförsök i vågor blir mycket dyra pga höga anläggningskostnader och komplicerade installationer av mätarmatur, och genomförs ej som standard för vanliga fartygsprojekt.

Gensvar i oregelbundna vågor

För att på ett enkelt sätt kunna beskriva gensvar i oregelbundna vågor antar vi förutom linjäritet mellan vågamplitud och gensvarsamplitud även superponerbarhet av harmoniska gensvarskomponenter.

Detta är helt i analogi med beskrivningen av oregelbunden sjö som sammansatt av ett stort antal harmoniska vågkomponenter.

För varje harmonisk vågkomponent

$$\zeta_i = a_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i)$$

blir gensvaret

$$(5.9) \quad \xi_i = Y_{\xi\zeta}(\omega_i) a_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i + \epsilon_{\xi\zeta i})$$

På samma sätt som för vågor kan vi definiera ett "energispektrum" för gensvaret, som blir

$$(5.10) \quad S_{\xi}(\omega) = Y_{\xi\zeta}(\omega)^2 S_{\zeta}(\omega)$$

Y^2 benämnes responsamplitudoperatören, RAO .

I de fall fartyget gör fart genom vattnet används istället för vågkomponenternas egenfrekvens, mötande frekvensen ω_e .

$$(5.11) \quad S_{\xi}(\omega_e) = Y_{\xi\zeta}(\omega_e)^2 S_{\zeta}(\omega_e)$$

Ett godtyckligt vågspektrum $S_{\zeta}(\omega)$ kan genom ekv (5.6) lätt föras över till $S_{\zeta}(\omega_e)$ för varierande mötandefrekvenser medan däremot transferfunktionen Y är unik för varje fart och relativ vågriktning.

I oregelbunden kortkammig sjö blir gensvarsspektrumet

$$(5.12) \quad \begin{aligned} S_{\xi}(\omega) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Y_{\xi\zeta}(\omega, \mu)^2 S_{\zeta}(\omega, \mu) d\mu = \text{enl. (3.41)} = \\ &= S_{\zeta}(\omega) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Y_{\xi\zeta}(\omega, \mu)^2 f(\mu) d\mu \end{aligned}$$

I praktiken beräknas Y för ett ändligt antal riktningskomponenter μ varefter integrationen ersätts med en summering över de olika komponenterna.

Fig. 5.6 Exempel på beräkning av gensvar i oregelbunden långkammig sjö. Hävning

$$\begin{aligned}
 L_{pp} &= 139.8 \text{ m} & V &= 17.3 \text{ kn} \\
 B &= 21.2 \text{ m} & \beta &= 180^\circ \\
 T &= 6.2 \text{ m} \\
 C_B &= 0.65
 \end{aligned}$$

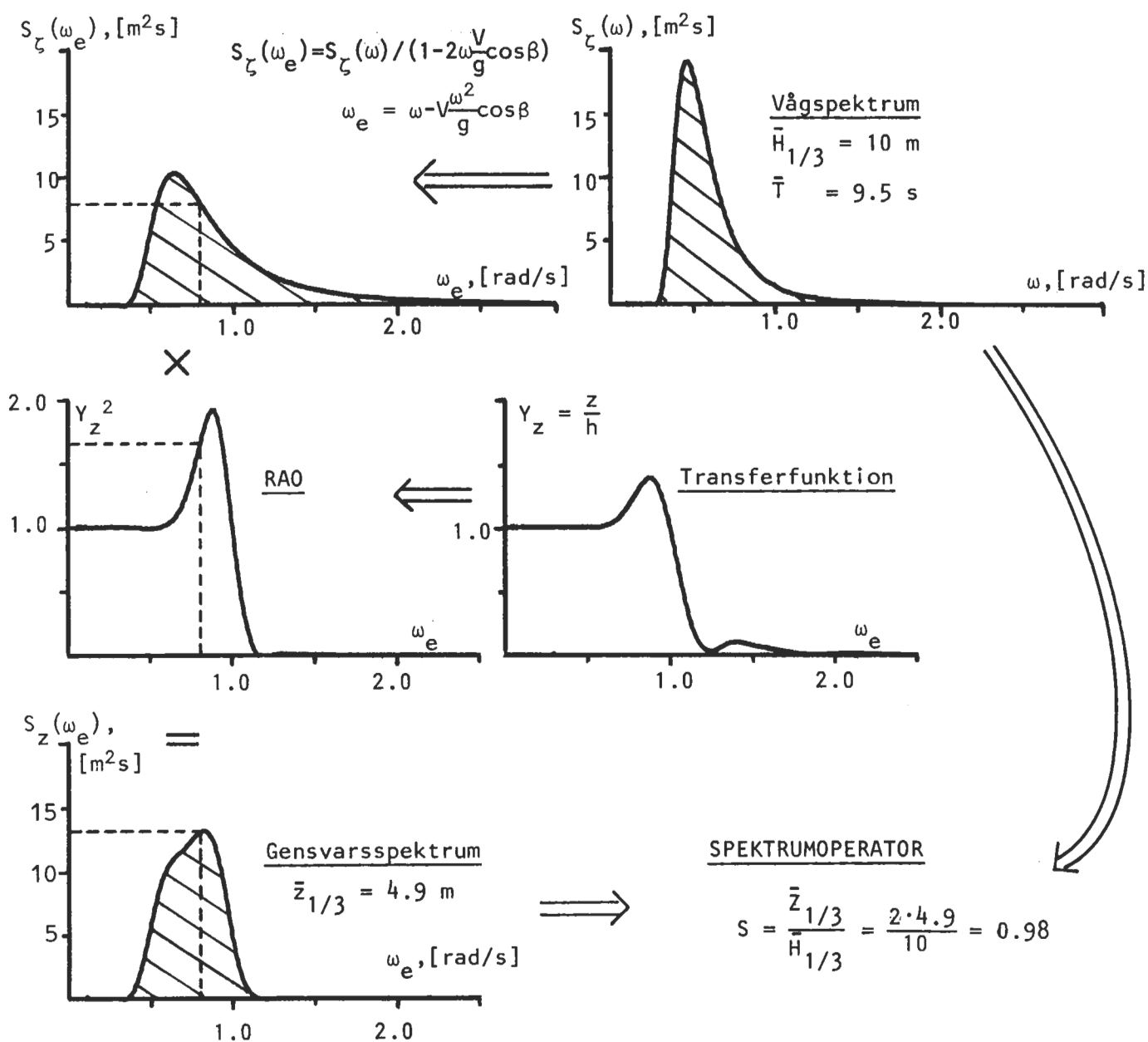
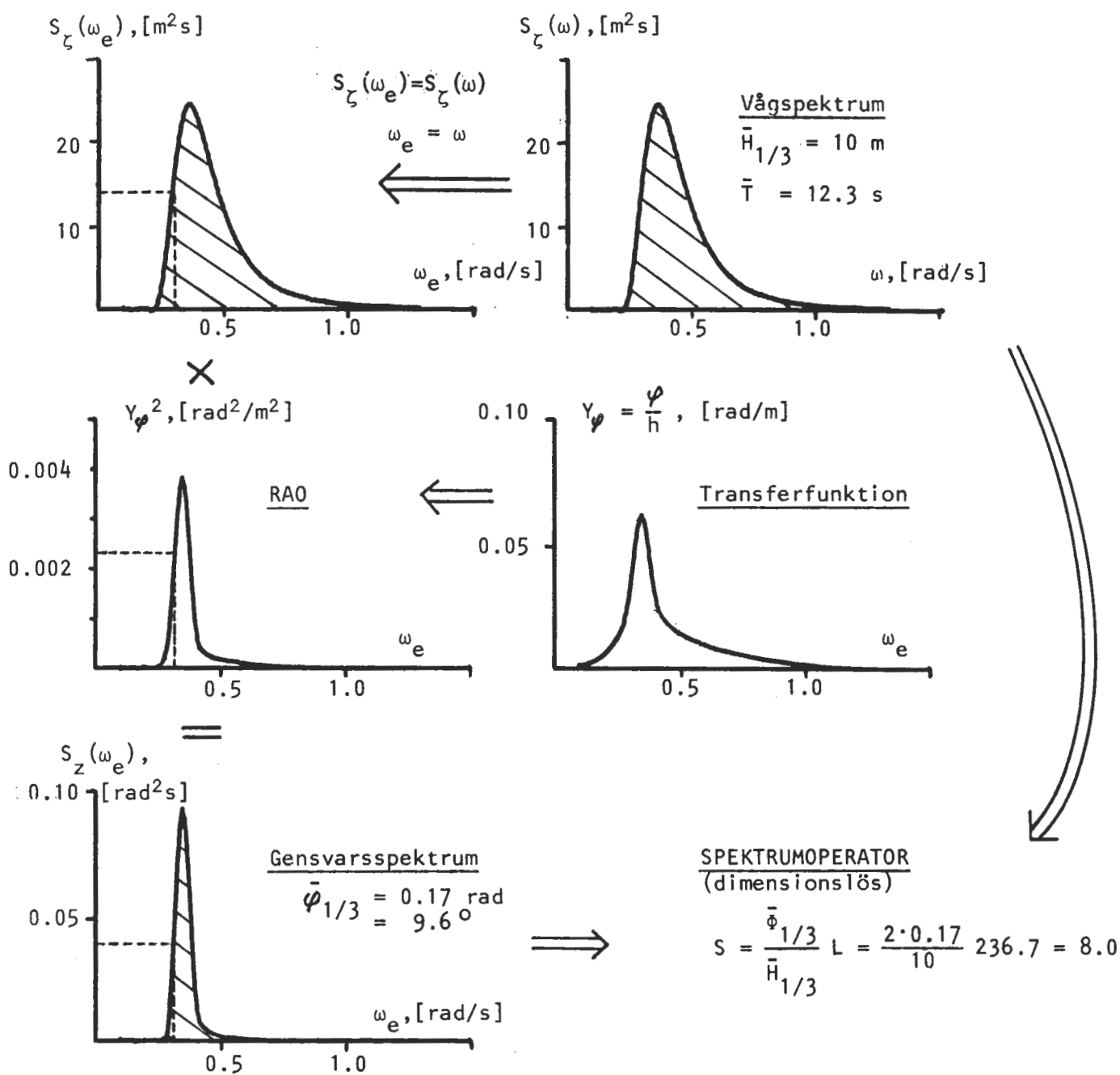


Fig. 5.7 Exempel på beräkning av gensvar i oregelbunden långkammig sjö. Rullning

$$\begin{aligned}
 L_{pp} &= 236.7 \text{ m} & V &= 14.0 \text{ kn} \\
 B &= 37.7 \text{ m} & \beta &= 90^\circ \\
 T &= 14.0 \text{ m} \\
 C_B &= 0.80
 \end{aligned}$$



Korttidsfördelning_av_gensvar

För ett stationärt sjötillstånd beskrivs den statistiska fördelningen av gensvarsamplituder helt av det stationära gensvarsspektrumet.

Bandbredden för gensvarsspektrumet är normalt liten (oftast mindre än för vågspektrumet) och amplituderna kan med god noggrannhet beskrivas av Rayleighfördelningen.

Analogt med ekvationerna i kapitel 3 kan vi för gensvaren ställa upp följande samband

$$(5.13) \quad \begin{aligned} F(g) &= 1 - e^{-\frac{g^2}{R_g}} \\ f(g) &= \frac{2g}{R_g} e^{-\frac{g^2}{R_g}} \end{aligned}$$

där g betecknar enkelamplitud för gensvaret och R_g är Rayleighparametern (ofta betecknad r^2 eller E).

$$(5.14) \quad R_g = 2 \int_0^{\infty} S_{\xi}(\omega) d\omega = 2 \sigma_{\xi}^2$$

$$(5.15) \quad R_G = 4 R_g \quad (\text{Rayleighparametern för dubbelamplituder } G)$$

Det mest sannolika största gensvaret bland N blir

$$(5.16) \quad g_Q = g_{1/N} = \sqrt{R_g \ln N}$$

och det största gensvaret bland N som överskrids med risken f

$$(5.17) \quad g_{Qf} = g_{f/N} = \sqrt{R_g \ln \frac{N}{f}} \quad (\text{för stora } N \text{ och små } f).$$

'Signifikanta' gensvar blir

$$(5.18) \quad \bar{g}_{1/3} = 1.416 \sqrt{R_G} \approx \sqrt{2R_G} = \sqrt{8R_g}$$

$$(5.19) \quad \bar{g}_{1/3} \approx \sqrt{2R_g}$$

Förhållandet mellan gensvar och våghöjd i ett oregelbundet sjötillstånd beskrivs av en sk spektrumoperator (energioperator).

$$(5.20) \quad s = \frac{\sqrt{R_G}}{\sqrt{R_H}} = \frac{\bar{g}_{1/3}}{\bar{h}_{1/3}} = \frac{2\bar{g}_{1/3}}{\bar{h}_{1/3}} = \frac{2g_Q}{H_Q} \quad \text{etc}$$

Spektrumoperatoren är beroende av vågsystemets medelperiod \bar{T} och RAO för genvaret. Responsamplitudoperatoren, RAO, är i sin tur beroende av fartygets dimensioner och form, fart och relativ vågriktning.

Genom att rita upp spektrumoperatoren i dimensionslös form som funktion av dimensionslös medelperiod erhålles ett diagram som är giltigt för geometriskt likadana fartyg oberoende av deras storlek.

$$(5.21) \quad S = f(L/B, B/T, C_B, F_{nL} = \frac{V}{\sqrt{gL}}, \beta, \bar{T}\sqrt{\frac{g}{2\pi L}}, \text{ mm})$$

I stället för dimensionslös medelperiod används ofta dimensionslös "medelvåglängd" definierad som

$$(5.22) \quad \frac{\bar{\lambda}}{L} = \bar{T}^2 \frac{g}{2\pi L}$$

I Appendix A finns diagram över spektrumoperatorer för olika gensvar för dels ett tankfartyg och dels ett RoRo-fartyg. Spektrumoperatorerna i App. A gäller för oregelbunden kortkammig sjö.

I Fig 5.8 nedan ges exempel på spektrumoperatorer för oregelbunden långkammig sjö.

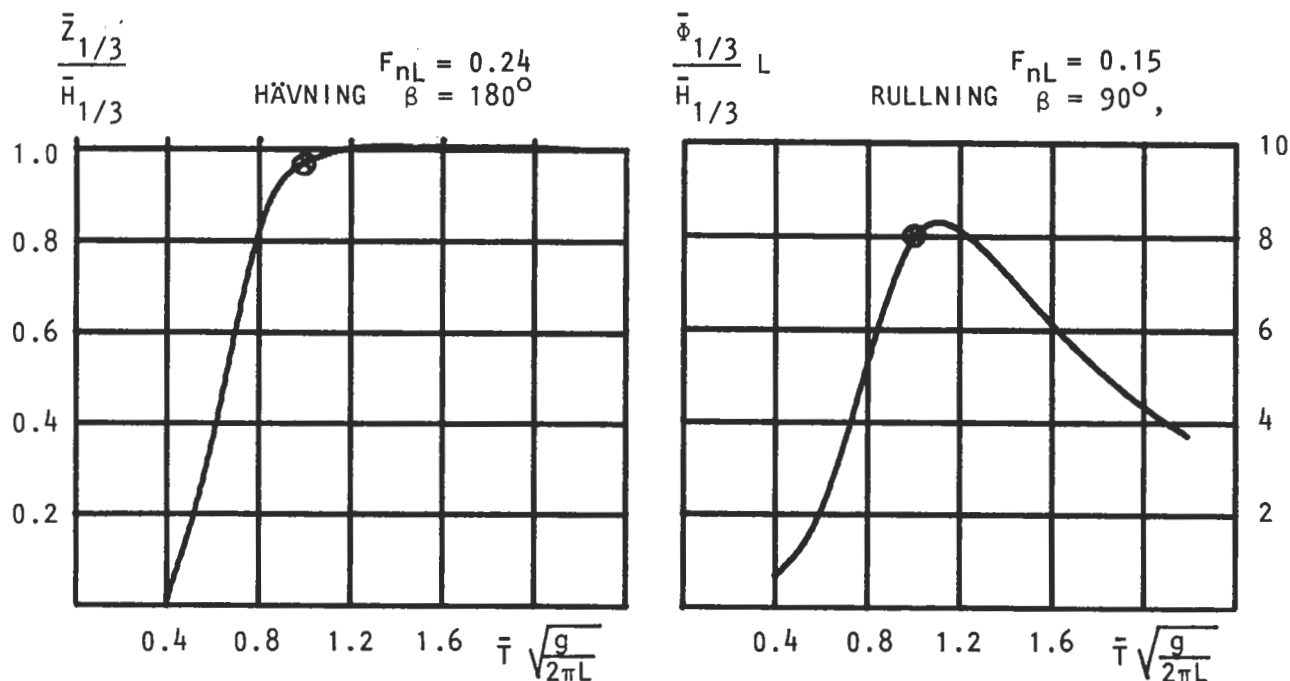


Fig. 5.8 Exempel på spektrumoperatorer som funktion av dimensionslös medelperiod. Fartygsdimensioner i enlighet med fig 5.6 och 5.7 (kryssen ovan markerar resultaten från beräkningsexemplen i fig 5.6 och 5.7).

Kombination av gensvar

Ofta är man intresserad av att kunna beräkna den kombinerade effekten av olika gensvar. Så är t ex böjspänningarna i skrovbalken den sammanlagda effekten av vertikalt och horisontellt böjmoment, medan den vertikala accelerationen på fördäck bestäms av kombinerat stampningsaccelerationen multiplicerad med avståndet till LCB och hävningsaccelerationen.

Summan av två Rayleighfördelade stokastiska gensvar g_1, g_2 blir i det allmänna fallet också Rayleighfördelad med parameter \bar{h}

$$(5.23) \quad R_{g_1+g_2} = R_{g_1} + 2\rho\sqrt{R_{g_1}R_{g_2}} + R_{g_2}$$

ρ = korrelationskoefficienten,
 (= 0 för helt oberoende gensvar
 = ± 1 för linjärt kopplade gensvar)

Korrelationskoefficienten kan beräknas ur gensvarens varierande fasförskjutning i regelbundna vågor och varierar för olika sjötillstånd.

Summan av flera helt oberoende gensvar som uppträder på samma sannolikhetsnivå Q kan skrivas

$$(5.24) \quad g_{\Sigma Q} = \sqrt{\sum (g_{iQ})^2}$$

Slamming

Bottenslag, slamming, uppträder då ett fartyg vid gång i grov sjö lyfter botten över vattenytan och slår ner i nästkommande våg. Vid slamming uppstår höga momentana tryckpulser som kan ge upphov till plastisk deformation av bottenplåten och besvärande skrovvibrationer.

Ochi har med utgångspunkt i modellförsök ställt upp följande två krav som samtidigt skall vara uppfyllda vid slamming.

- bottenplåten skall vara lyft ur vattnet
- relativhastigheten vid sammanstötningen skall vara större än ett tröskelvärde $\dot{r}_t = 0.09 \sqrt{Lg}$

Den relativa rörelsen mellan fartyg och vågyta kan skrivas

$$(5.25a) \quad r(t) = r_0(t) \cos(\bar{\omega}_2 t + \epsilon(t))$$

Envelopp(amplitud)funktionen $r_0(t)$ och fasfunktionen $\epsilon(t)$ varierar slumpmässigt men för en smalbandig process långsamt med tiden i jämförelse med $r(t)$. Detta gör att relativa hastigheten kan skrivas

$$(5.25b) \quad \dot{r}(t) = -\bar{\omega}_2 r_0 \sin(\bar{\omega}_2 t + \epsilon)$$

Ur fasdiagrammet i fig.5.9a kan vi bestämma den minsta amplitud r_t vid vilken slaming kommer att inträffa enligt kriterierna på föregående sida

$$(5.25c) \quad T = r_t \cos(\bar{\omega}_2 t + \epsilon)$$

$$(5.25d) \quad \frac{\dot{r}_t}{\bar{\omega}_2} = -r_t \sin(\bar{\omega}_2 t + \epsilon)$$

vilket ger

$$(5.25e) \quad r_t^2 = \frac{\dot{r}_t^2}{\bar{\omega}_2^2} + T^2$$

Då den relativa rörelsens amplitud är Rayleighfördelad med Rayleighparametern R_r blir den relativa hastighetens amplitud också Rayleighfördelad med parametern $R_{\dot{r}} = \bar{\omega}_2^2 R_r$

Sannolikheten för bottenslag kan därmed skrivas

$$(5.26) \quad P(\text{slaming}) = Q_r(r_t) = e^{-\frac{(-\dot{r}_t/\bar{\omega}_2)^2 - T^2}{R_r}} = e^{-\frac{\dot{r}_t^2}{R_{\dot{r}}} - \frac{T^2}{R_r}}$$

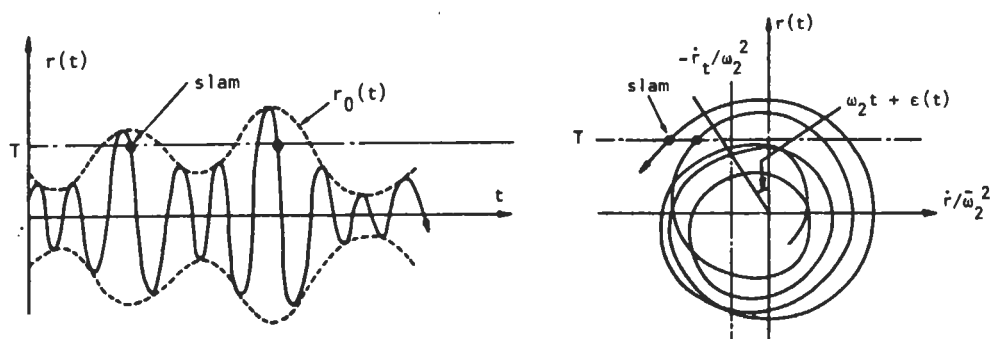


Fig. 5.9a Slaming beskrivet i tidsdiagram respektive fasdiagram (Från /15/)

Ekv (5.26) beskriver sannolikheten att få ett bottenslag under en enskild cykel av den relativa rörelsen. Under en längre tidsperiod τ kan man uppskatta det sannolika antalet bottenslag som $P(\text{slam})\tau/\bar{T}_r$. När bottenslag uppträder regelbundet, i storleksordningen många gånger per timme, försöker man normalt sänka farten eller ändra kursen för att inte skada fartyg och last.

Tryckpulsen i slaget blir ungefär proportionell mot relativhastigheten i kvadrat

$$(5.27) \quad p_s = \frac{1}{2} \rho k v^2$$

där ρ är vattnets densitet och faktorn k framför allt är beroende av bottenformen.

I fig. 5.9b visas några olika uttryck för k som funktion av bottenvinkeln för ett kilformat skrov.

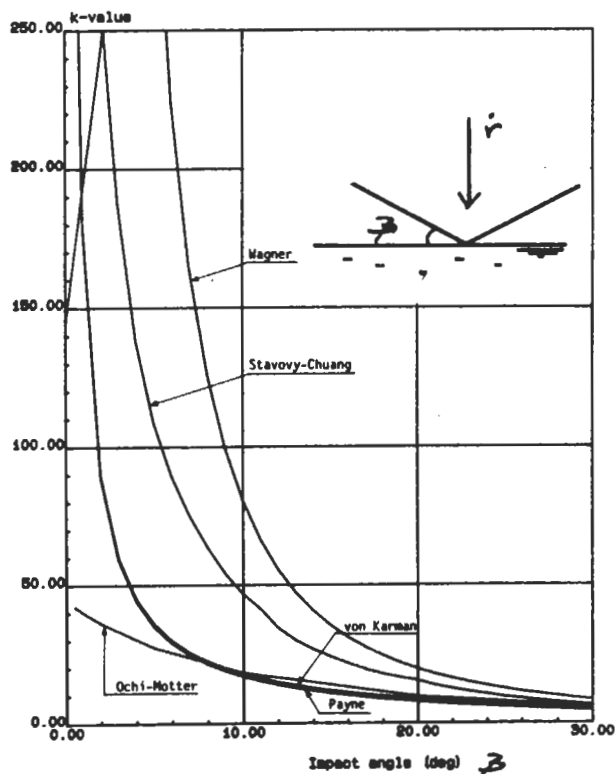


Fig. 5.9b
Sammanställning av olika uttryck för tryckkoefficienten k som funktion av bottenvinkeln.
(Från /14/)

Sannolikheten att trycket vid ett bottenslag ska överskrida ett givet värde p_1 kan med hjälp av ekv (5.26-27) skrivas

$$(5.28) \quad Q_{p_s}(p_1) = e^{-2p_1/\rho k R_r - T^2/R_r}$$

Vatten över däck

Då fartygssidans relativa rörelse gentemot vågytan överskrider fri-bordshöjden F , kommer vågen att skölja upp över däck. Detta kallas ofta "grönt" vatten i motsats till "vitt" vatten, spray från sönderbrytande vågor som kommer över däck vid betydligt lägre våghöjder.

Sannolikheten för vatten över däck kan skrivas

$$(5.29) \quad Q_r(F) = e^{-F^2/R_r}$$

Det statistiska trycket från vatten på däck blir

$$(5.30) \quad p_v = \rho g(r-F)$$

och sannolikheten för att tryckets skall överstiga ett givet värde p_1 blir

$$(5.31) \quad Q_{p_v}(p_1) = Q_r\left(\frac{p_1}{\rho g} + F\right) = e^{-\left(\frac{p_1}{\rho g} + F\right)^2/R_r}$$

Det mest sannolika största trycket under en specifik tidsperiod τ (korttidsfördelningen antages konstant under τ) blir

$$(5.32) \quad p_{v\tau} = \rho g(\sqrt{R_r \ln N} - F)$$

där N är antalet mötande vågor

$$(5.33) \quad N = \frac{\tau}{\bar{T}_e}$$

och \bar{T}_e är en medelmötandeperiod definierad ur

$$(5.34) \quad \frac{1}{\bar{T}_e} = \frac{\bar{\omega}_e}{2\pi} = \frac{1}{\bar{T}} - V \frac{2\pi}{g\bar{T}^2} \cos\beta$$

i analogi med (5.6) för regelbundna vågor.

Vid beräkningen av relativrörelsen mellan fartyg och vattenyta görs vanligen antagandet att fartyget inte påverkar de mötande vågornas utseende. I verkligheten gäller inte detta. På grund av fartygets hastighet uppstår vid stäven en bogvåg som kombineras med dynamiska effekter som gör att vattenytan lokalt höjer sig då stäven doppar och omvänt lokalt sänker sig då stäven går ur vattnet.

Den effektiva fribordshöjden i ekv (5.29-32) blir därigenom vid stäven betydligt mindre än fartygets verkliga fribordshöjd vid stillaliggande i lugnt vatten.

Fartminskning

Vid gång med bibehållen fart i hårt väder krävs ett ökat effektuttag jämfört med vid lungt väder. Effekttökningen kan inte betraktas som en stokastisk process på samma sätt som många andra gensvar utan anses normalt deterministiskt bestämd av väderkonditionen och sjötillståndet.

Effekttökningen pga hårt väder beror i huvudsak på

- ökat skrovmotstånd från vågor och rörelser
- ökat vindmotstånd (vid förlig vind)
- försämrade propulsiv verkningsgrad
- ökat motstånd från roderutslag

I fig 5.10 nedan visas relativ motståndsökning för ett passagerarfartyg som funktion av fart, vågriktning och signifikant våghöjd.

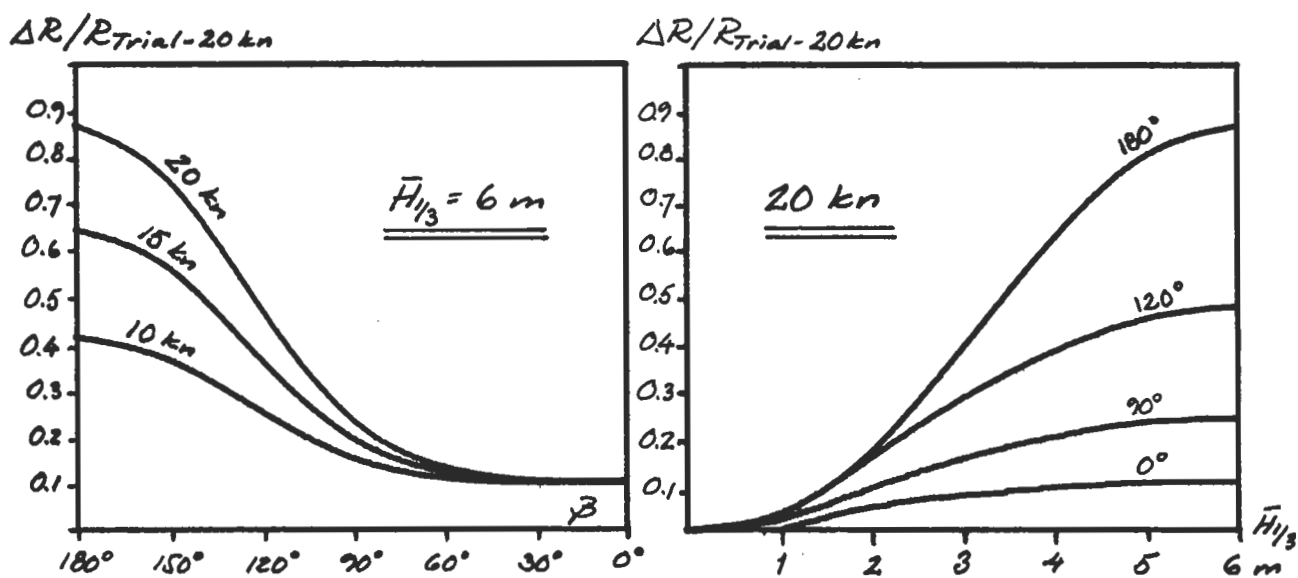


Fig. 5.10

Ett fartygs provtursfart kontrakteras vanligen vid ett effektuttag motsvarande 80% av MCR. Denna sk servicefart kan inte hållas i allt för hårt väder utan även vid fullt effektuttag kommer farten att minska. Oftast sker dessutom en frivillig fartnerdragning då bottenslag och översköljande vågor börjar uppträda alltför frekventivt.

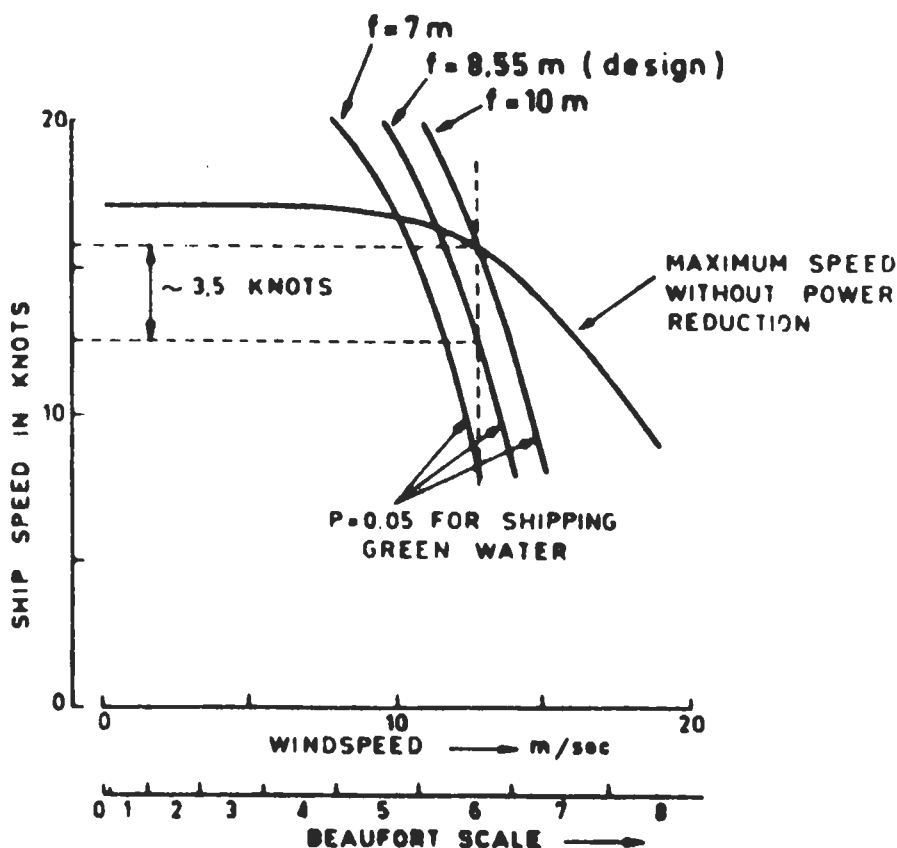


Fig. 5.11
(Från /12/)

Gensvarsperioder i oregelbunden sjö

I regelbundna vågor kommer rörelser och belastningar att svänga med den exiterande kraftens (vågornas) period. I oregelbunden sjö blir däremot förhållandena svårbestämda.

Relationen mellan gensvarsamplitud och vågamplitud vid samma sannolikhetsnivå ges av spektrumoperatoren enl (5.20). Amplituderna uppträder dock helt oberoende av varandra och spektrumoperatoren ger ingen upplysning om gensvarsspektrumets medelperiod.

Vid överslagsmässiga beräkningar kan man för fartyg göra följande antaganden

- hävning och stampning uppträder med medelmötandeperioden \bar{T}_e given av (5.34) då denna överskrider rörelsens egenperiod, i övriga fall med egenperioderna T_z , T_θ .
- Rullning uppträder med egenperioden T_ϕ .
- Relativrörelse och vertikalt böjmoment uppträder med medelmötandeperioden \bar{T}_e .

Rörelserna sway, surge och yaw uppträder med perioder många gånger större än vågmedelperioden i oregelbunden sjö och blir därigenom starkt beroende av våggruppens utseende. De har dock vanligen liten betydelse för fartygs sjövärdighet.

Egenperioden för rullning kan bestämmas ur

$$(5.35) \quad T_{\phi} = \frac{2\pi \kappa B}{\sqrt{g GM}}$$

där κB är tröghetsradien tvärskepps korrigerad för medsvängande vatten. Som grov approximation kan man skriva

$$(5.36) \quad \kappa_{\text{vatten}} = k \cdot \kappa_{\text{luft}}, \quad k \approx 1 + 0.04(B/T)$$

κ_{luft} är bestämd av fartygets viktsfördelning.

Egenperioden för hävning kan enligt Vossers skrivas som

$$(5.37) \quad T_z = \tau_z \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad \tau_z \approx 8.45 \sqrt{\frac{C_B \cdot T}{C_{VL} \cdot L}}$$

Egenperioden för stampning kan vidare enligt Vossers skrivas

$$(5.38) \quad T_{\theta} = \tau_{\theta} \sqrt{\frac{L}{g}}$$

där ett ungefärligt värde på τ_{θ} fås ur fig. 5.12 nedan.

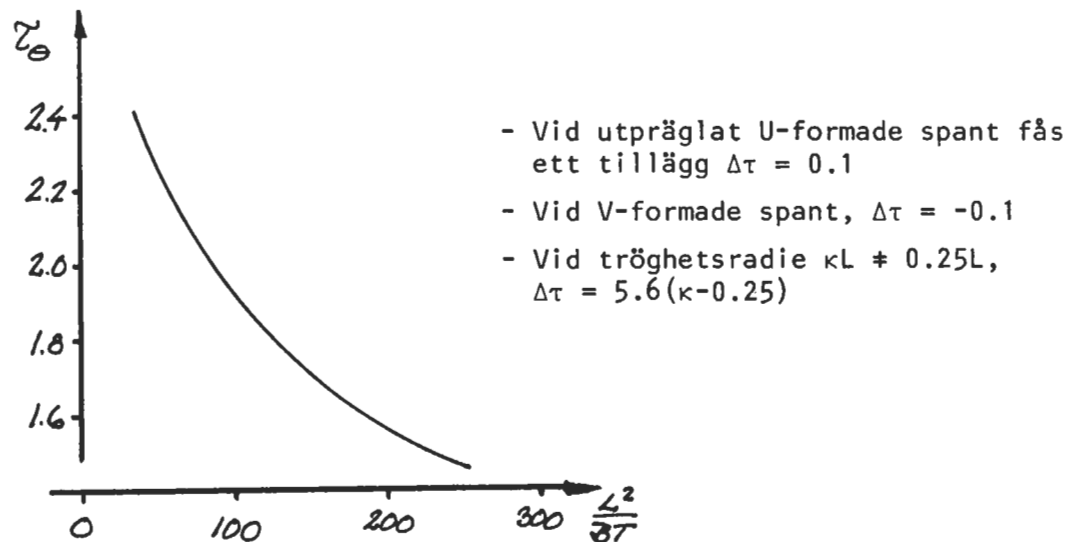


Fig. 5.12 Dimensionslös egenperiod för stampning gällande fartyg med normal spantform och en tröghetsradie långskepps på 0.25 Lpp.

Långtidsfördelning av gensvar

På samma sätt som långtidsfördelningen för vågor kan långtidsfördelningen för gensvar betraktas som en summa av korttidsfördelningar med som längst någon timmes varaktighet. Varje sådan korttidsfördelning karakteriseras av spektrumoperatoren S som är beroende av vågsystemets medelperiod, relativ våghuvudriktning, fart och lastkondition (trim, djupgående, GM mm).

$$(5.39) \quad Q_g(x) = \sum_i p(w_i) \iiint Q_g(x)_i f(K) f(V) f(L) dK dV dL$$

med

$$w_i = \text{vågsystem } (\bar{H}_{1/3}, \bar{T}, \text{riktning})_i$$

$$Q_g(x)_i = \text{gensvarets fördelning vid } w_i, K, V, L$$

$$f(K), f(V), f(L) = \text{frekvensfunktionerna för fartygets kurs, fart och lastkondition.}$$

Osäkerheten vid uppskattandet av de olika frekvensfunktionerna blir mycket stor och de kan heller inte betraktas som oberoende av varandra.

Vid en kvalitativ jämförelse mellan olika fartyg kan man förenkla problemet genom att använda sig av genomsnittlig "långtids"-fart och lastkondition som förutsätts konstant under fartygets livstid. Vidare kan man förutsätta att den relativa vågriktningen varierar med lika stor sannolikhet för alla riktningar.

Spektrumoperatoren för ett antal olika relativa vågriktningar β beräknas varvid långtidsfördelningen erhålls som

$$(5.40) \quad Q_g(x) = \sum_{ij} Q_g(x)_{ij} p(w_i) p(\beta_j)$$

där

$$(5.41) \quad Q_g(x)_{ij} = Q_H\left(\frac{2x}{S_{ij}}\right)$$

eftersom

$$S = \frac{2gQ}{H_Q} \quad (5.20) \quad (\text{gensvar anges oftast som enkelamplitud})$$

Sannolikheten för överskridande av ett visst gensvar kan för ett givet sjötillstånd överföras till sannolikheten för överskridande av motsvarande våghöjd med hjälp av spektrumoperatoren.

Detta innebär att vi kan använda långtidsfördelningen för vågor till att beskriva långtidsfördelningen för gensvar.

Vi tillämpar nu Nordenströms teorier för långtidsfördelningar enl (4.52-57).

$$(5.42) \quad Q(\bar{g}_{1/3}) = \sum_{ij} p(\beta_j) p(\bar{T}_i) Q(\bar{H}_{1/3} = \frac{2\bar{g}_{1/3}}{S_{ij}} | \bar{T}_i)$$

där $Q(\bar{H}_{1/3} | \bar{T}_i)$ är given av (4.48) tillsammans med (4.37-38)

Resultatet av (5.42) blir approximativt en Weibullfördelning

$$(5.43) \quad Q(\bar{g}_{1/3}) = e^{-\frac{(\bar{g}_{1/3})^m}{\sqrt{2} a}} = e^{-\left(\frac{\sqrt{R} g}{a}\right)^m}$$

och

$$(5.44) \quad Q(g) = e^{-\left(\frac{g}{b}\right)^k}$$

där k och b kan bestämmas ur m och a i (5.43). Nordenström gav följande approximativa samband

$$(5.45) \quad k \approx \frac{2}{\frac{1.7}{m} + 1}, \quad b \approx \frac{a}{\frac{0.6364}{\sqrt{m}} + 1}$$

vilket bl a har använts av DnV.

Inom det område av m som blir aktuellt för fartygs gensvar kan ett något bättre approximativt samband skrivas

$$(5.46) \quad k \approx \frac{2}{\frac{1.7}{m-0.035} + 1}, \quad b \approx \frac{a \cdot \sqrt{2k}}{2 + \frac{(m-1.1)}{4m}}$$

Det visar sig emellertid att kurvapproximationen med en Weibullfördelning blir sämre för signifikanta gensvar än för enstaka gensvar. Det är därför normalt att föredra en direkt summation enl (5.40) vid beräkning av långtidsfördelning av enstaka gensvar. Merarbetet har liten betydelse då beräkningarna görs med hjälp av dator.

Metoder för dimensionering

I den klassiska metoden för dimensionering används ett deterministiskt betraktelsesätt. Både belastning och styrka anses bestämda av förutsättningarna (konstruktivt utförande, yttre miljö, material mm). Varje del av konstruktionen utförs så att styrkan (t ex garanterad sträckgäns) överskrider belastningen med en säkerhetsfaktor bestämd empiriskt utifrån haveristatistik.

Deterministisk dimensionering är fortfarande helt dominerande inom fartygskonstruktion. Svagheter med metoden är bl a att den verkliga sannolikheten för haveri är okänd, vidare verkar den konserverande eftersom empiriska säkerhetsfaktorer för nya konstruktioner inte finns att tillgå.

Vid renodlat probabilistisk dimensionering betraktas både belastning och styrka som sannolikhetsfördelade, och hela konstruktionen dimensioneras för en specifik haverisannolikhet beroende på alla ingående komponenters lokala fördelningar.

Fördelen med metoden är att sannolikheten för varje tänkbart haveri i princip är kalkylerbar och en varierande acceptabel risknivå kan väljas beroende på det eventuella haveriets betydelse (ekonomiskt, socialt etc). Flygindustrin, där kravet på optimerade konstruktioner är betydligt högre än inom skeppsbygget, har i många år varit ledande inom detta område.

De statistiska metoderna för beräkning av gensvar i vågor kan användas antingen för en avancerad "deterministisk" dimensionering eller för en "semiprobabilistisk" procedur där delar av de ingående parametrarna anses sannolikhetsfördelade medan andra betraktas som deterministiskt bestämda.

Dimensionering av konstruktioner sker dels med avseende på maximal belastning (begränsas av tillåten spänningsnivå, risk för buckling etc) och dels med avseende på risken för utmattningsbrott.

Den dimensionerande maximala spänningen på en given sannolikhetsnivå t ex 10^{-8} kan erhållas direkt ur spänningarnas långtidsfördelning. I de fall spänningsbilden är komplicerat sammansatt av olika yttre laster blir det mycket tidskrävande att beräkna långtidsfördelningar för varje del som skall dimensioneras.

En betydligt enklare metod är då att dimensionera för de spänningar som uppträder då konstruktionen belastas med en regelbunden 20-, 50- eller 100-års våg. Våghöjden kan bestämmas ur vågstatistik för området, och gensvaren i konstruktionen beräknas för ett antal olika våglängder (perioder) av vilka den svåraste används för dimensionering. Denna sistnämnda metod är att betrakta som "deterministisk" även om belastningen bygger på en statistisk fördelning av våghöjder.

Även om en konstruktionsdetalj har dimensionerats så att den största beräknade spänningen underskrider tillåten spänning kan brott med stor sannolikhet inträffa pga utmattning.

Dimensionering mot utmattning kräver kännedom om spänningsväxlingarnas långtidsfördelning (vilken approximativt överensstämmer med fördelningen för spänningsamplituderna).

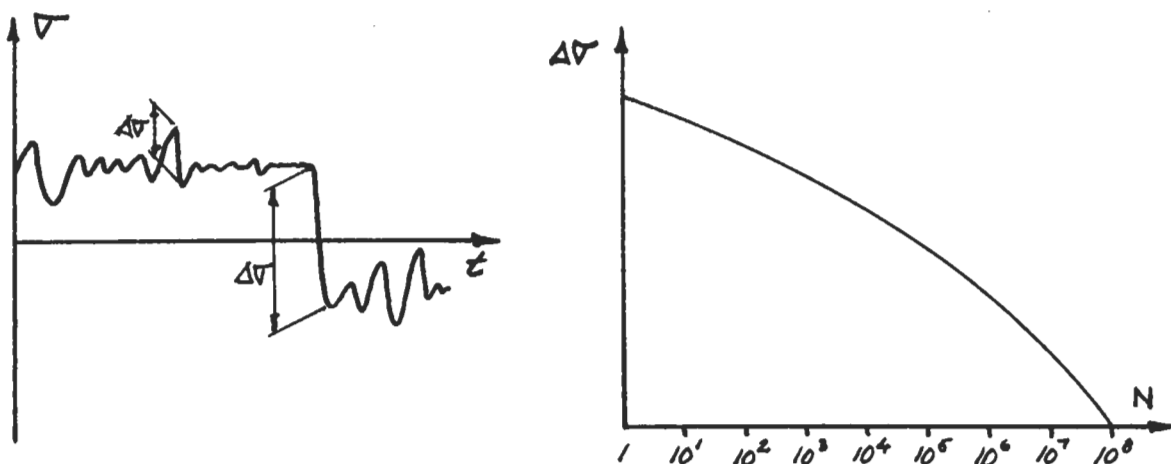


Fig. 5.13

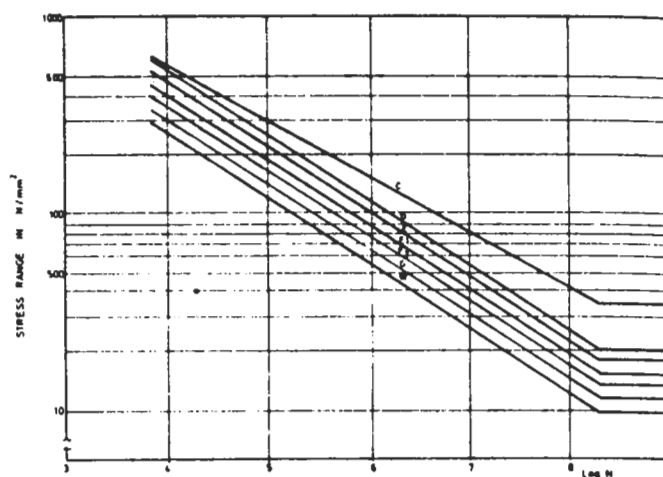
Principiell fördelning av spänningsväxlingarna för ett fartyg med varierande lastkondition

Utmattningskapaciteten beskrivs av Wöhler- eller S-N kurvor som baseras på laborieförsök av olika typer svetsförband.

Coefficients of S-N curves (units N/mm²).

Class	$\log_{10} a$	K	S ($N=2 \cdot 10^8$)
B	15.01	4.0	48
C	13.63	3.5	33
D	12.18	3.0	20
E	12.02	3.0	18
F	11.80	3.0	15
F ₂	11.63	3.0	13
G	11.39	3.0	11
W	11.20	3.0	9,3
X	14.57	4.1	34

$\log_{10} N = \log_{10} a - K \log_{10} S.$



S-N curves. Plate-, boxgirder details.

Fig. 5.14

Exempel på S-N kurvor för utmattningsdimensionering (Från /13/)
Klass D - W gäller olika typer av förband

Genom delskadeteorin enligt Miner-Palmgren kan utmattningshållfastheten kontrolleras,

$$\sum \frac{n_i}{N_i} < D \quad (\text{Där } D \text{ väljes } < 1 \text{ beroende på vilken säkerhet som erfordras})$$

Det visar sig att formen på långtidsfördelningskurvan för $\Delta\sigma$ ofta blir avgörande för utmattningshållfastheten.

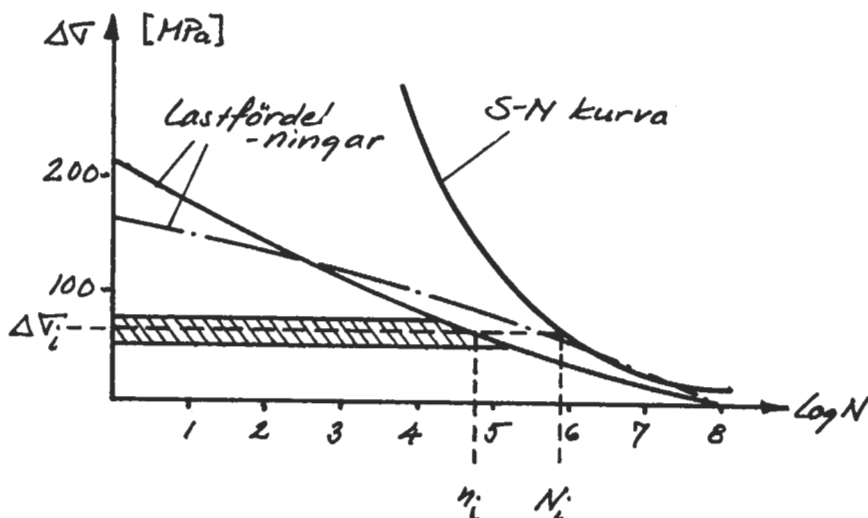


Fig. 5.15 Beräkning av utmattningshållfasthet

Utmattningsdimensionering har fått stor betydelse i och med utvecklingen av offshorekonstruktioner framför allt beroende på:

- användande av höghållfasta stål ger en högre spänningsnivå i konstruktionen utan att utmattningskapaciteten nämnvärt förbättras
- problem med kontroll av eventuella sprickor (i fartyg hinner man som regel upptäcka och oskadliggöra växande sprickor innan haveri uppstår)
- svåra miljöfaktorer (inga möjligheter att dra sig undan oväder)

LITTERATURFÖRTECKNING

- a KORVIN-KROUKOVSKY, B.V.
Theory of Seakeeping
SNAME, New York, 1961
- b VOSSERS, G.
Behaviour of Ships in Waves
Resistance, Propulsion and Steering of Ships, Part II.C
De Technische Uitgeverij H. Stam N.V., Haarlem, 1962
- c LEWIS, E.V.
The Motion of Ships in Waves
Principle of Naval Architecture, Chapter IX
SNAME, New York, 1967
- d OCHI, M.K., BOLTON, W.E.
Statistics for Prediction of Ship Performance in a Seaway
Intern. Shipbuilding Progress Vol 20, 1973
- e PRICE, W.G., BISHOP, R.E.D.
Probabilistic Theory of Ship Dynamics
Chapman and Hall Ltd, London, 1974
- f Safety of Structures under Dynamic Loading, Vol 1,2
Papers from Research Seminar, NTH Trondheim 1977
TAPIR, Trondheim, 1978
- g CARLSEN, C.A.
Belastninger på Skip
TAPIR, Trondheim, 1976
- h KOKKINOWRACHOS, K.
Hydromechanik der Seebauwerke
Handbuch der Werften, Bd XV, 1980
- i CARLSEN, C.A., GUNDERSEN, H.B., GRAN, S.
Environmental Data in Operation & Design Case - Mobile Rigs
Det norske Veritas Paper Series No.:81 P017, 1981
- j STIANSEN, S.G., CHEN, H.H.
Application of Probabilistic Design Methods To Wave Loads
Prediction For Ship Structure Analysis
Technical & Research Bulletin 2-27
SNAME, New York, 1982

Figurer ur följande verk har använts i kompendiet:

(Bokstäver hänvisar till litteraturförteckningen på föregående sida)

- /1/ c
- /2/ a
- /3/ h
- /4/ e
- /5/ OCHI, M.K.
Wave Statistics for the Design of Ships and Ocean Structures
SNAME Transactions, Vol 86, 1978
- /6/ NORDENSTRÖM, N.
Bölger - Hva vet vi om dem ?
DnV, Veritas Nr 55, 1969
- /7/ ISAACSON, M.de St Q., MACKENZIE, N.G
Long-Term Distributions of Ocean Waves: a Review
Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division, Vol 107
The American Society of Civil Engineers, 1981
- /8/ ODLAND, J
Response and strength analysis of jack-up platforms
Norwegian Maritime Research, No 4, 1982
- /9/ SAUNDERS, H.A.
Hydrodynamics in Ship Design, Vol 3
SNAME, 1965
- /10/ FALTINSEN, O.M.
Hydrodynamic Aspects of Fixed and Floating Offshore Structures
Safety of Structures under Dynamic Loading, Vol 1
TAPIR, Trondheim 1978
- /11/ g
- /12/ GERRITSMA, J.
Behaviour of a Ship in a Sea-Way
Intern. Shipbuilding Progress , Vol 13, No 143, 1966
- /13/ Rules for Classification of Mobile Offshore Units
Det norske Veritas, 1981
- /14/ RASK, I.
Slamming Pressure in Short-Crested and Oblique Seas
CTH, Göteborg, 1986
- /15/ d

APPENDIX A

Exempel på gensvar i oregelbunden kortkammig sjö

För två olika typer av fartyg har en serie gensvarsberäkningar genomförts med datorprogrammet SCORES baserat på stripmetoden.

Syftet med beräkningarna är dels att åskådliggöra olika parametrars inflytande på gensvaren och dels att ge underlag för överslagsmässiga beräkningar av gensvar för ett fartyg tidigt på projektstadiet.

De två olika fartygstyperna presenteras på sidorna A.2 och A.3.

Responsamplitudoperatorer har beräknats för regelbundna vågor med riktningarna 0 (medsjö), 30, 60, 90 (sidsjö), 120, 150, 180 (motsjö) grader och för 50 vågfrekvenser ω mellan 0.1 och 2.6 rad/s.

Beräkning av energioperatorer för oregelbunden kortkammig sjö har genomförts med modifierat Pierson-Moskowitz spektrum för 12 medelperioder $\bar{T} \cdot \sqrt{g/2\pi L}$ mellan 0.4 och 2.2, och en spridningsfunktion

$$f(\mu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \mu.$$

De undersökta parametrarna är:

Dimensionsförhållanden (slankhet)

Relativ våghuvudriktning

Fart

Metacenterhöjd, GM

För att hålla beräkningskostnaderna nere har i de flesta fall inflytandet från endast en parameter i taget undersökts.

Resultat från beräkningarna presenteras på dimensionslös form som förhållandet mellan signifikant gensvar (dubbelamplitud) och signifikant våghöjd (dubbelamplitud) i fig. A.3 - A.32. En lista över de olika figurerna presenteras på sid A.4-5.

Fartyg I, Tanker $C_B = 0.80$

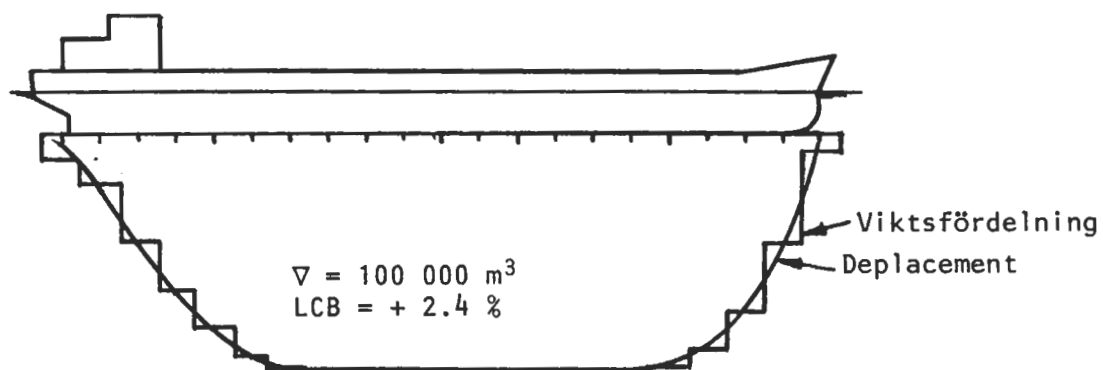


Fig. A.1

Huvuddimensioner	A	B	C
Lpp	204.2 m	236.7 m	269.2 m
B	43.7 m	37.7 m	33.3 m
T	14.0 m	14.0 m	14.0 m
L/B	4.7	6.3	8.1
B/T	3.1	2.7	2.4
$L/\nabla^{1/3}$	4.4	5.1	5.8
Fart			
$F_{nL} = 0.18$	-	16.9 kn	-
0.15	13.0 kn	14.0 kn	15.0 kn
0.10	-	9.4 kn	-
0.00	-	0.0 kn	-
Metacenterhöjd			
$\frac{GM}{B} = 0.03$	-	1.13 m	-
0.05	2.18 m	1.88 m	1.66 m
0.09	-	3.39 m	-
0.15	-	5.65 m	-

Spantareakurvan tagen från Serie-60, $C_B = 0.80$.

Tröghetsradie vid rullning antagen till 0.30 B.

Dämpning vid rullning antagen till 0.08 · Kritisk dämpning.

Fartyg II, RoRo $C_B = 0.65$

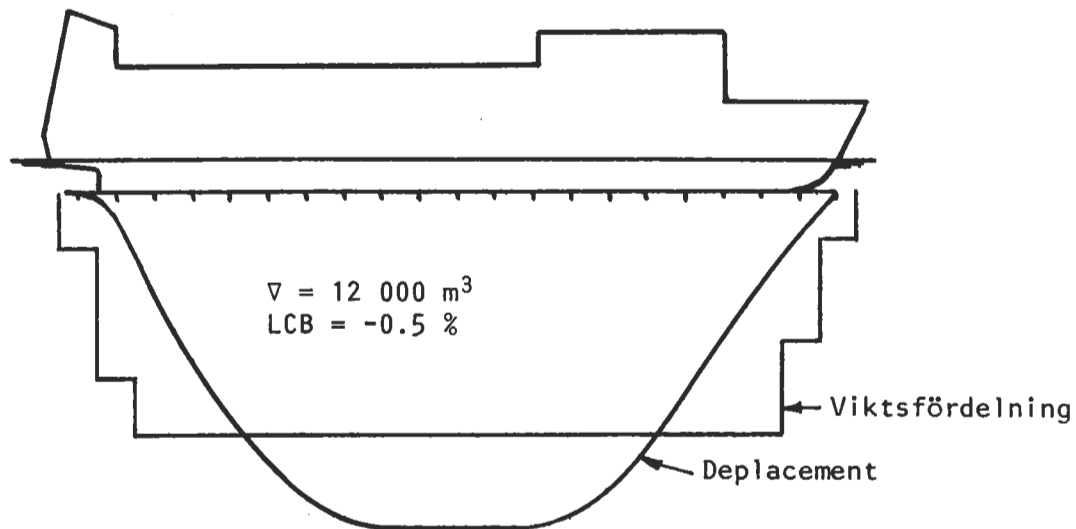


Fig. A.2

Huvuddimensioner	A	B	C
L _{pp}	124.5 m	140.2 m	157.2 m
B	23.8 m	21.2 m	18.9 m
T	6.2 m	6.2 m	6.2 m
L/B	5.2	6.6	8.3
B/T	3.8	3.4	3.0
L/ $\nabla^{1/3}$	5.4	6.1	6.8
Fart			
$F_{nL} = 0.24$	-	17.3 kn	-
0.22	14.9 kn	<u>15.8 kn</u>	16.7 kn
0.18	-	13.0 kn	-
0.10	-	7.2 kn	-
0.00	-	0.0 kn	-
Metacenterhöjd			
$\frac{GM}{B} = 0.02$	-	0.42 m	-
0.03	0.71 m	<u>0.64 m</u>	0.57 m
0.05	-	1.06 m	-
0.09	-	1.91 m	-

Spantareakurvan tagen från Serie-60, $C_B=0.65$.

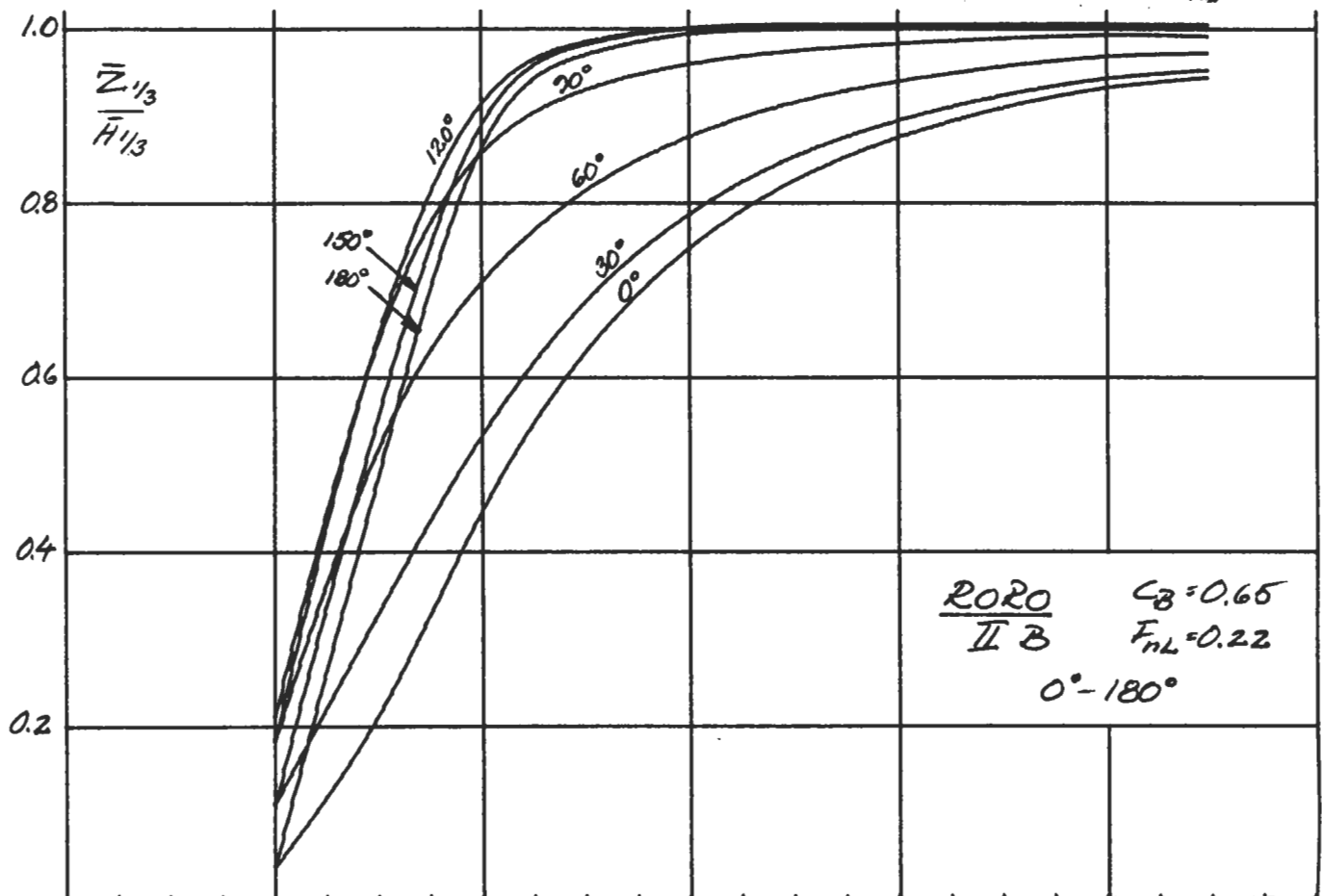
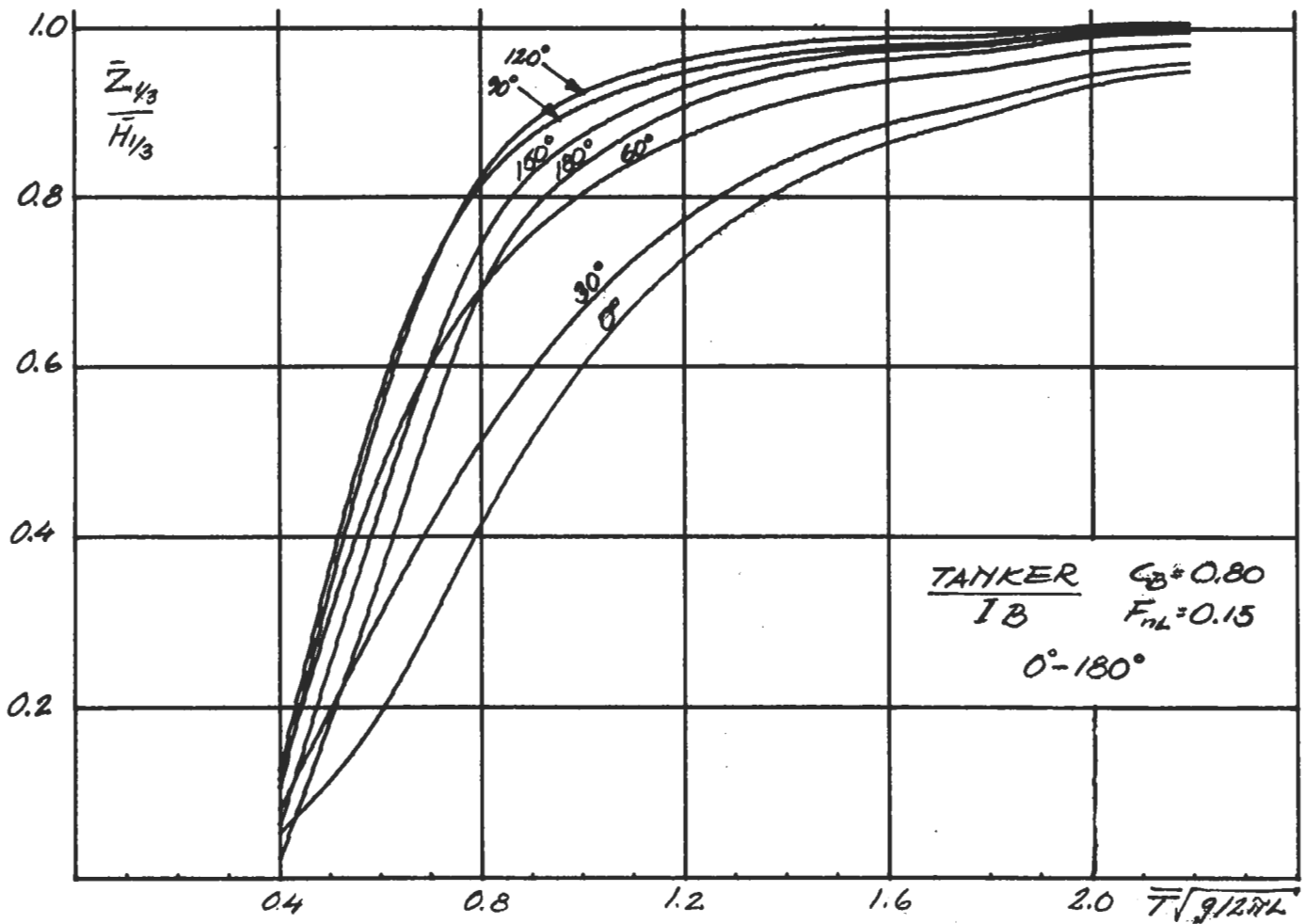
Tröghetsradie vid rullning antagen till $0.42B$.

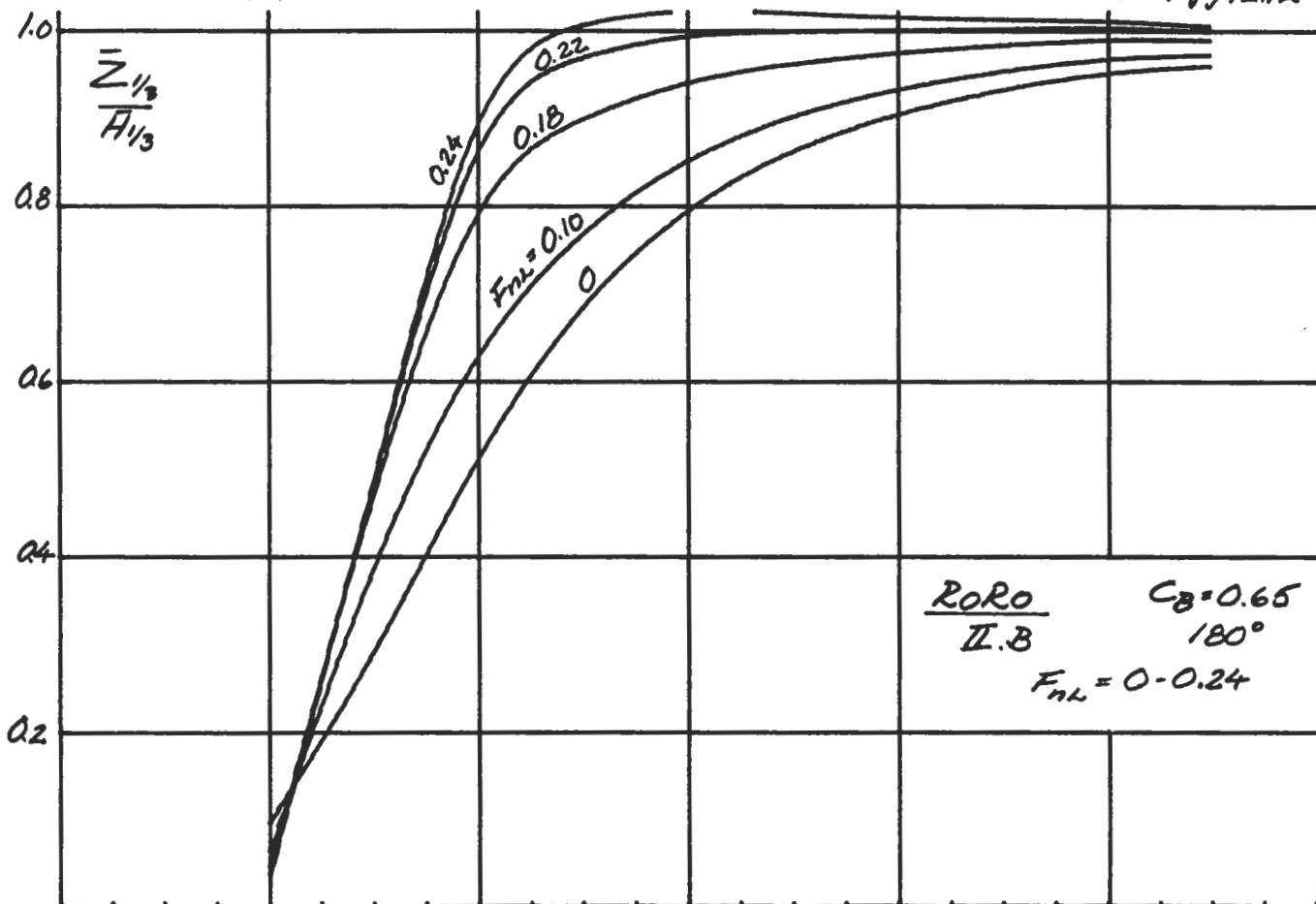
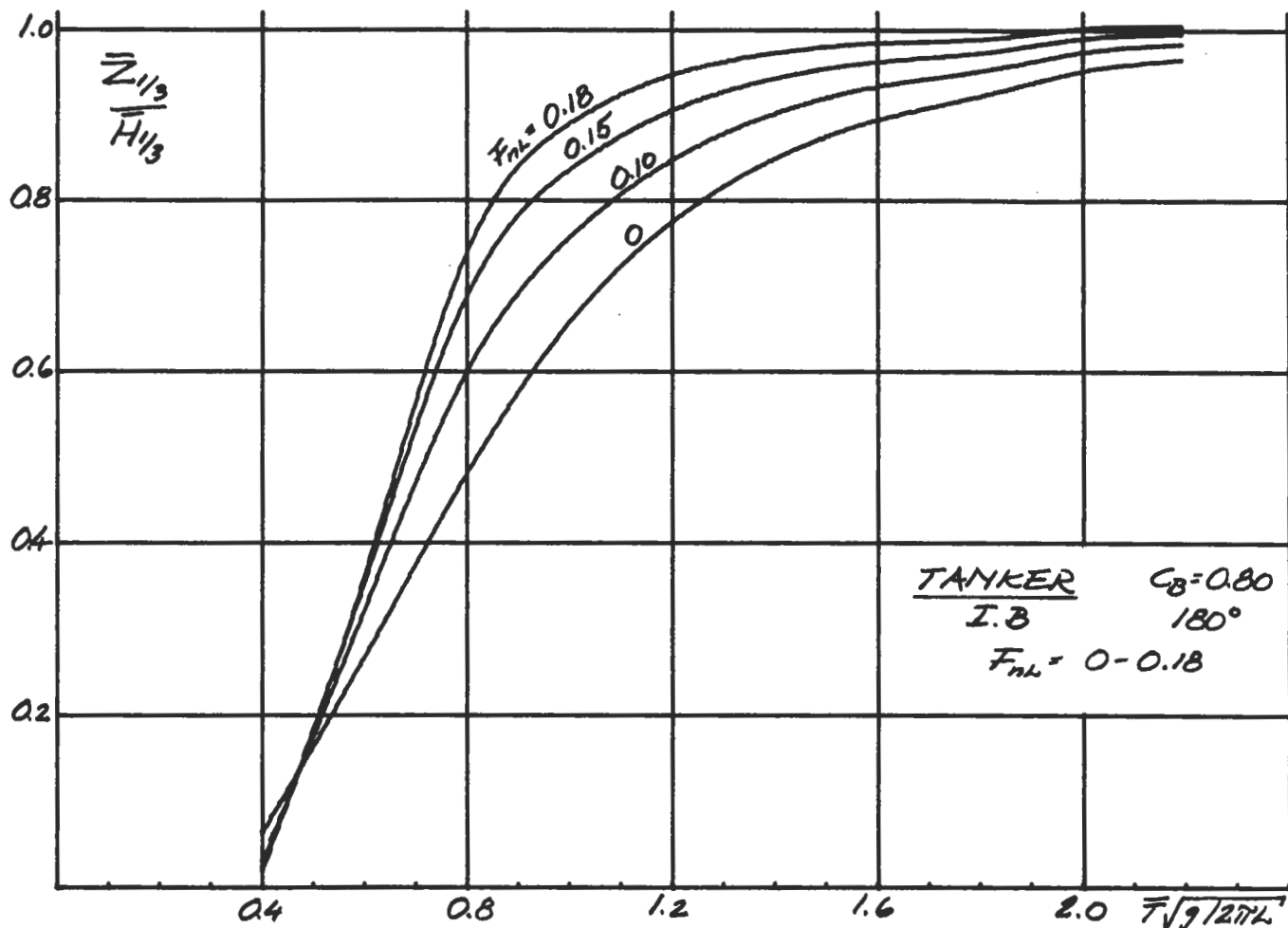
Dämpning vid rullning antagen till $0.10 \cdot$ Kritisk dämpning.

FIG. A.3 - A.32: GENSVAR I OREGELBUNDEN KORTKAMMIG SJÖ

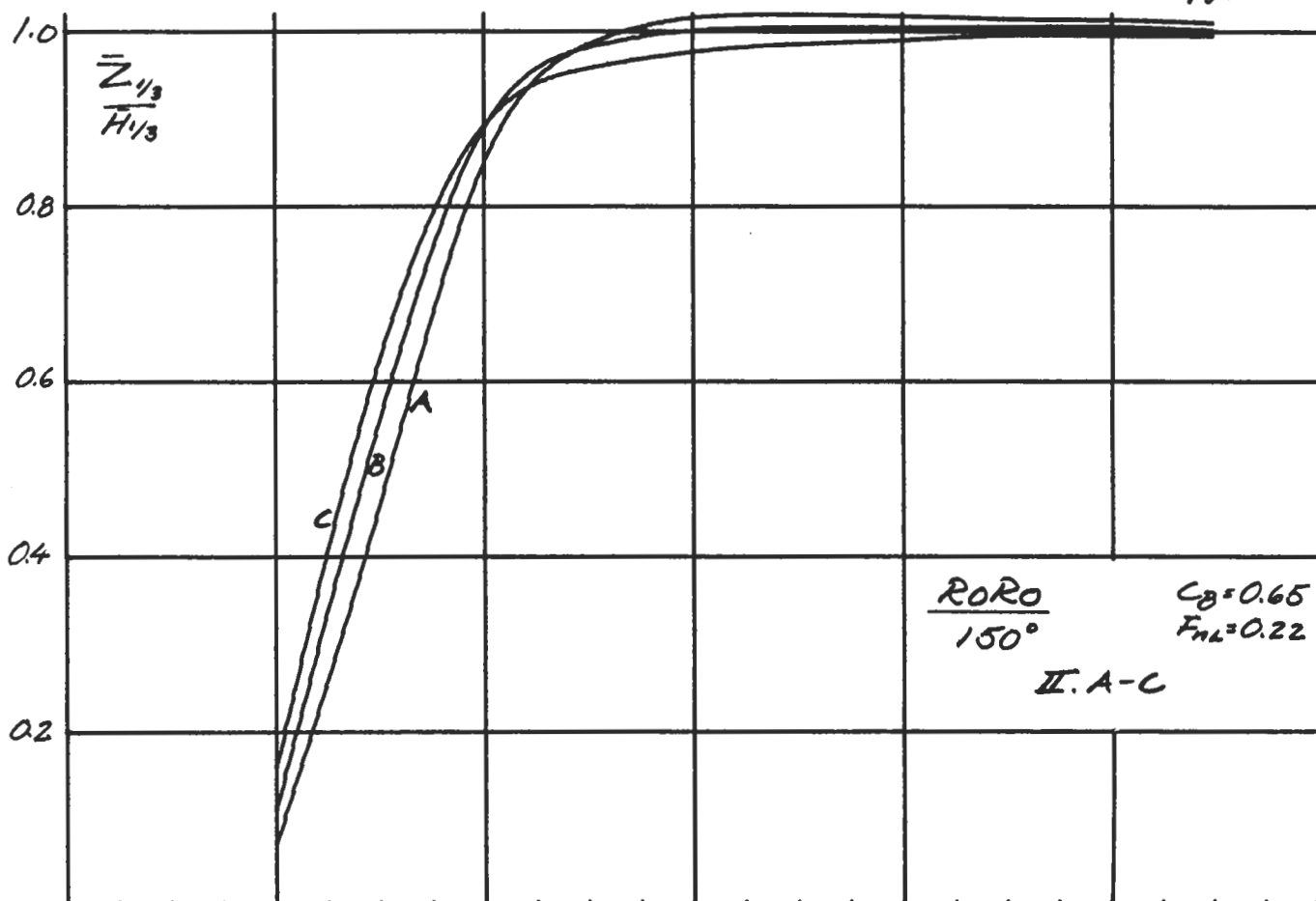
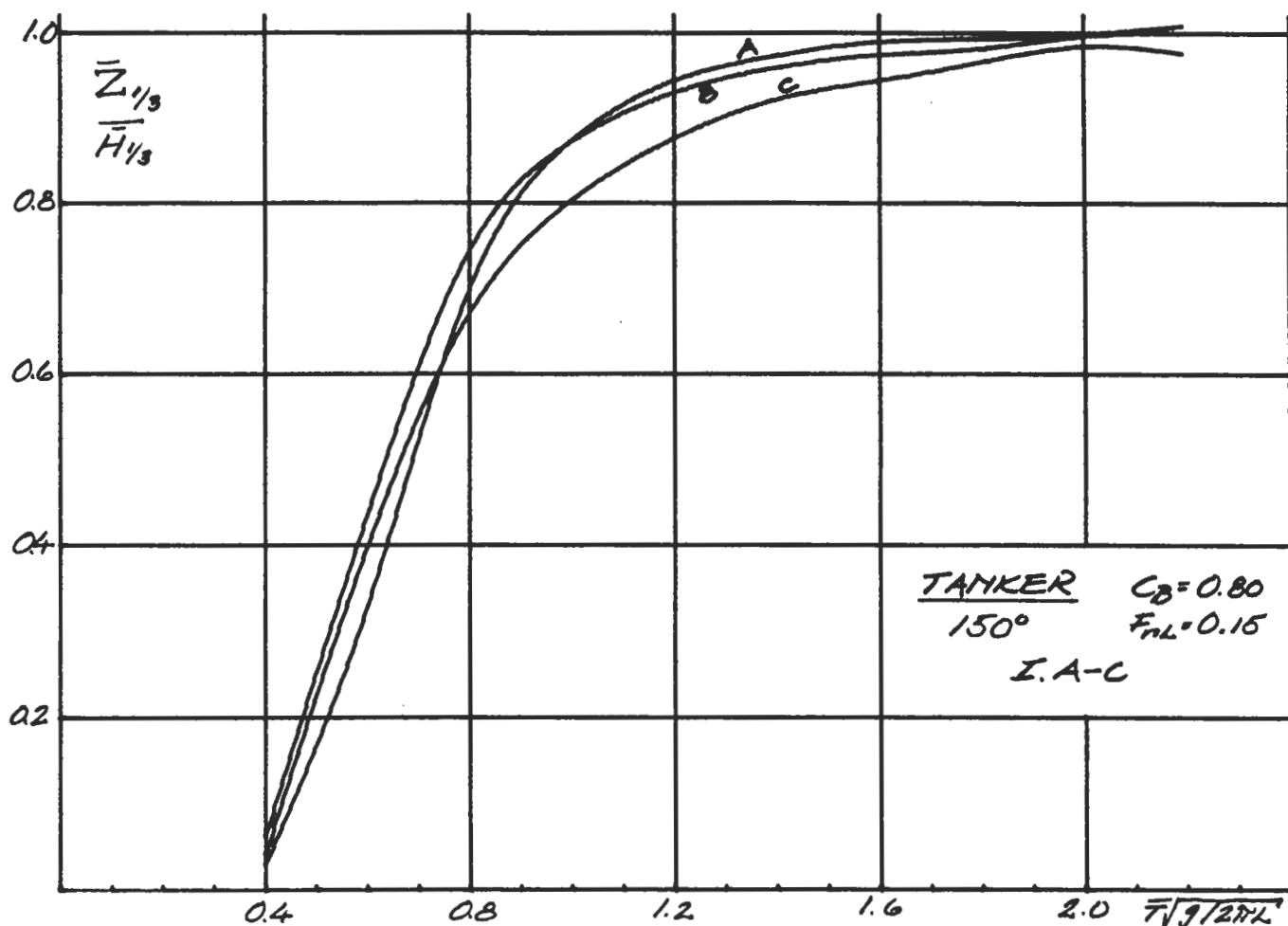
FIG	Gensvar	Fartyg	Vågriktning	Fart (F_{nL})	Metacenterhöjd ($\frac{GM}{B}$)
A.3	Hävning (m)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.4	"	Tanker I.B	180°	0-0.18	
		RoRo II.B	180°	0-0.24	
A.5	"	Tanker I.A-C	150°	0.15	
		RoRo II.A-C	150°	0.22	
A.6	Stampning (rad)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.7	"	Tanker I.B	180°	0-0.18	
		RoRo II.B	180°	0-0.24	
A.8	"	Tanker I.A-C	180°	0.15	
		RoRo II.A-C	180°	0.22	
A.9	Rullning (rad)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.10	"	Tanker I.B	0°, 90°	0-0.18	0.05
		RoRo II.B	0°, 90°	0-0.24	0.03
A.11	"	Tanker I.A-C	90°	0.15	0.05
		RoRo II.A-C	0°	0.22	0.03
A.12	"	Tanker I.B	90°	0.15	0.03-0.15
		RoRo II.B	0°, 90°	0.22	0.02-0.09
A.13	Vertikalt Böjmoment (Nm)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.14	"	Tanker I.B	180°	0-0.18	
		RoRo II.B	180°	0-0.24	
A.15	"	Tanker I.A-C	180°	0.15	
		RoRo II.A-C	180°	0.22	
A.16	Torsionsmoment (Nm)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.17	"	Tanker I.B	60°	0-0.18	0.05
		RoRo II.B	60°	0-0.24	0.03
A.18	"	Tanker I.A-C	60°	0.15	0.05
		RoRo II.A-C	60°	0.22	0.03
A.19	"	Tanker I.B	60°	0.15	0.03-0.15
		RoRo II.B	60°	0.22	0.02-0.09
A.20	Relativ rörelse vid FP (m)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.21	"	Tanker I.B	150°	0-0.18	
		RoRo II.B	150°	0-0.24	
A.22	"	Tanker I.A-C	150°	0.15	
		RoRo II.A-C	150°	0.22	
A.23	Relativ hastighet vid FP (m/s)	Tanker I.B	0°-180°	0.15	0.05
		RoRo II.B	0°-180°	0.22	0.03
A.24	"	Tanker I.B	150°	0-0.18	
		RoRo II.B	150°	0-0.24	
A.25	"	Tanker I.A-C	150°	0.15	
		RoRo II.A-C	150°	0.22	

FIG	Gensvar	Fartyg	Vågriktning	Fart(F_{nL})	Metacenterhöjd($\frac{GM}{B}$)
A.26	Vertikal acceleration vid FP (m/s^2)	Tanker I.B	$0^\circ-180^\circ$	0.15	0.05
		RoRo II.B	$0^\circ-180^\circ$	0.22	0.03
A.27	"	Tanker I.B	150°	0-0.18	
		RoRo II.B	150°	0-0.24	
A.28	"	Tanker I.A-C	150°	0.15	
		RoRo II.A-C	150°	0.22	
A.29	Lateral acceleration på bryggan (25 m ö G) (m/s^2)	Tanker I.B	$0^\circ-180^\circ$	0.15	0.05
		RoRo II.B	$0^\circ-180^\circ$	0.22	0.03
A.30	"	Tanker I.B	60°	0-0.18	0.05
		RoRo II.B	60°	0-0.24	0.03
A.31	"	Tanker I.A-C	60°	0.15	0.05
		RoRo II.A-C	60°	0.22	0.03
A.32	"	Tanker I.B	90°	0.15	0.03-0.15
		RoRo II.B	60°	0.22	0.02-0.09

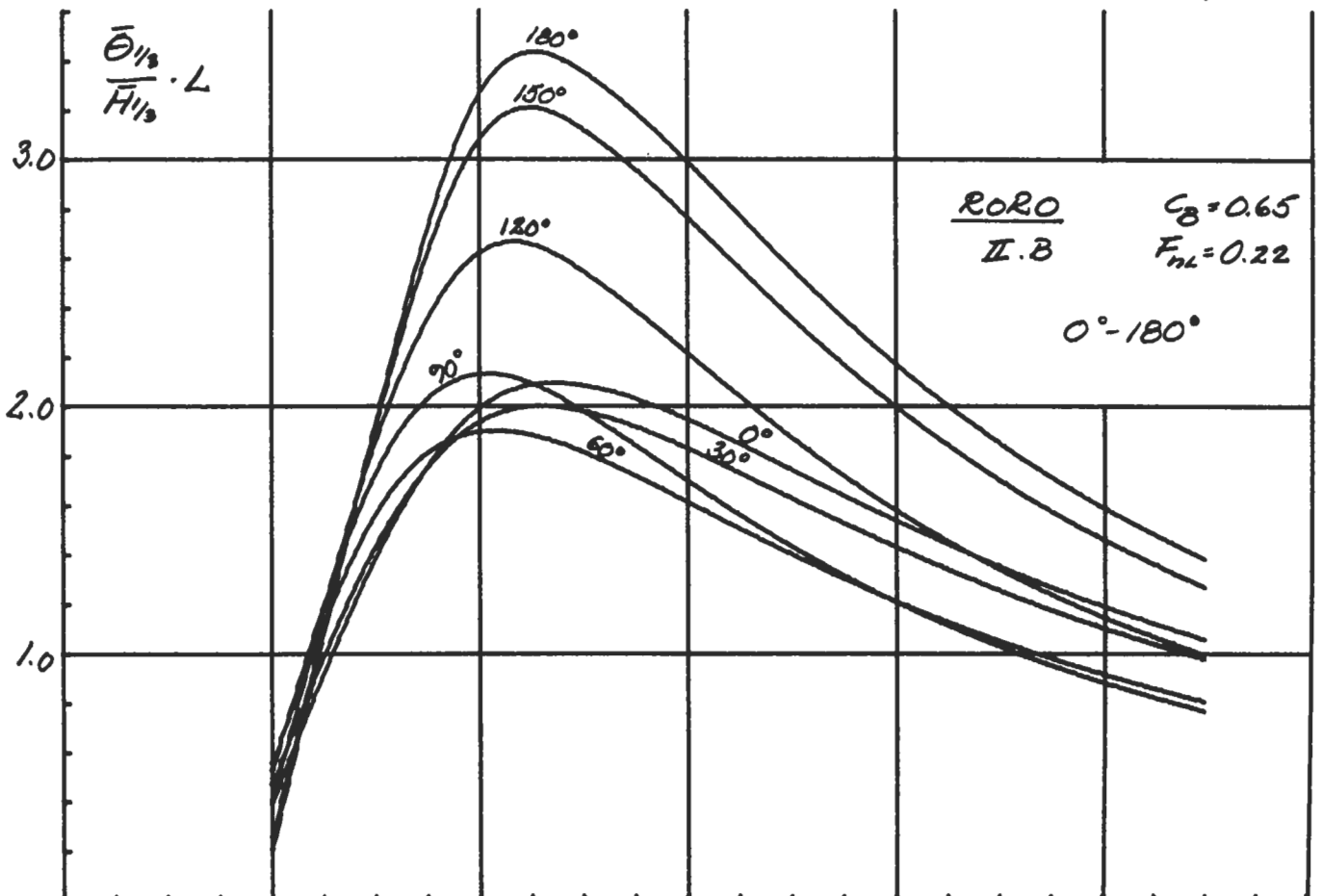
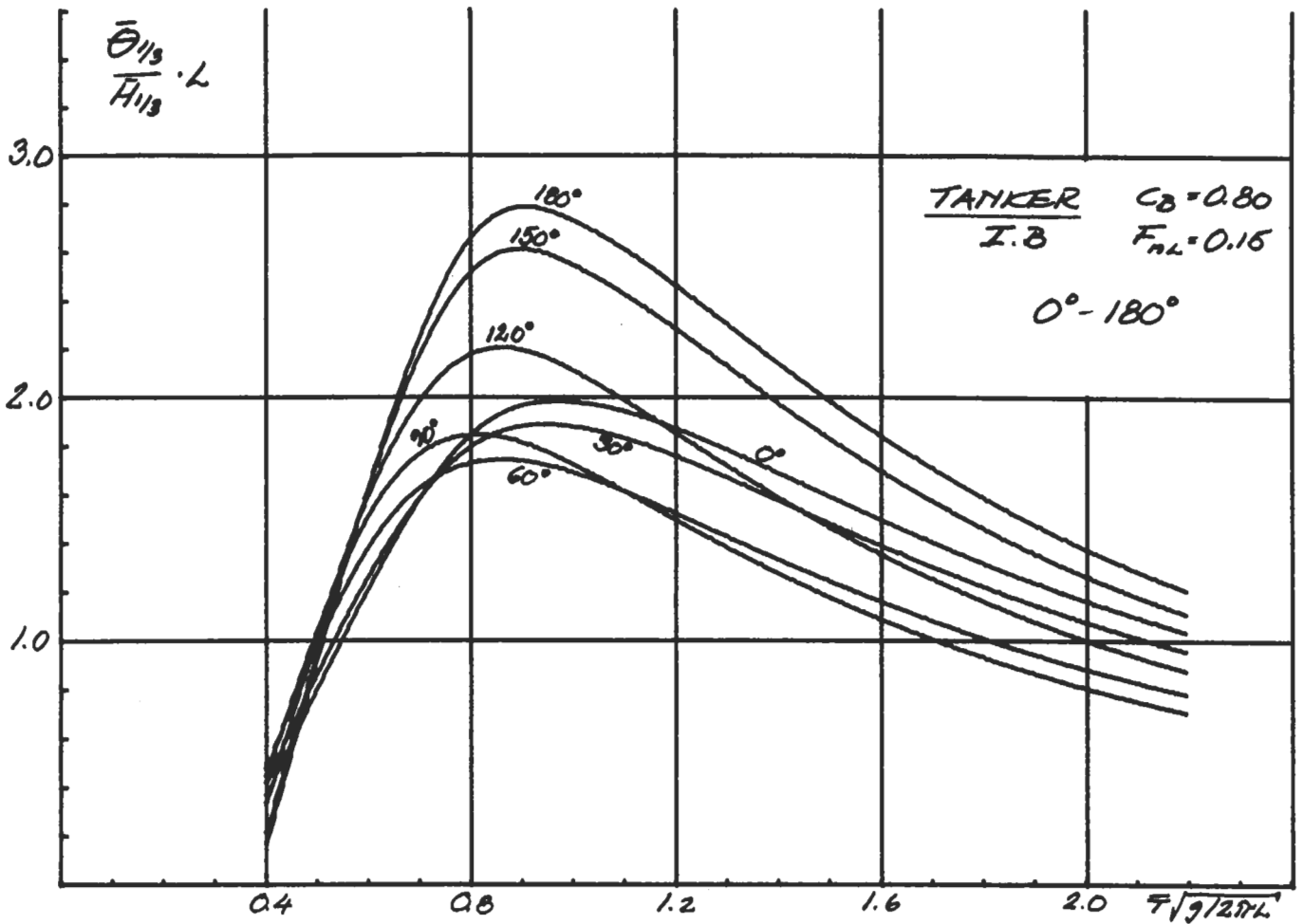


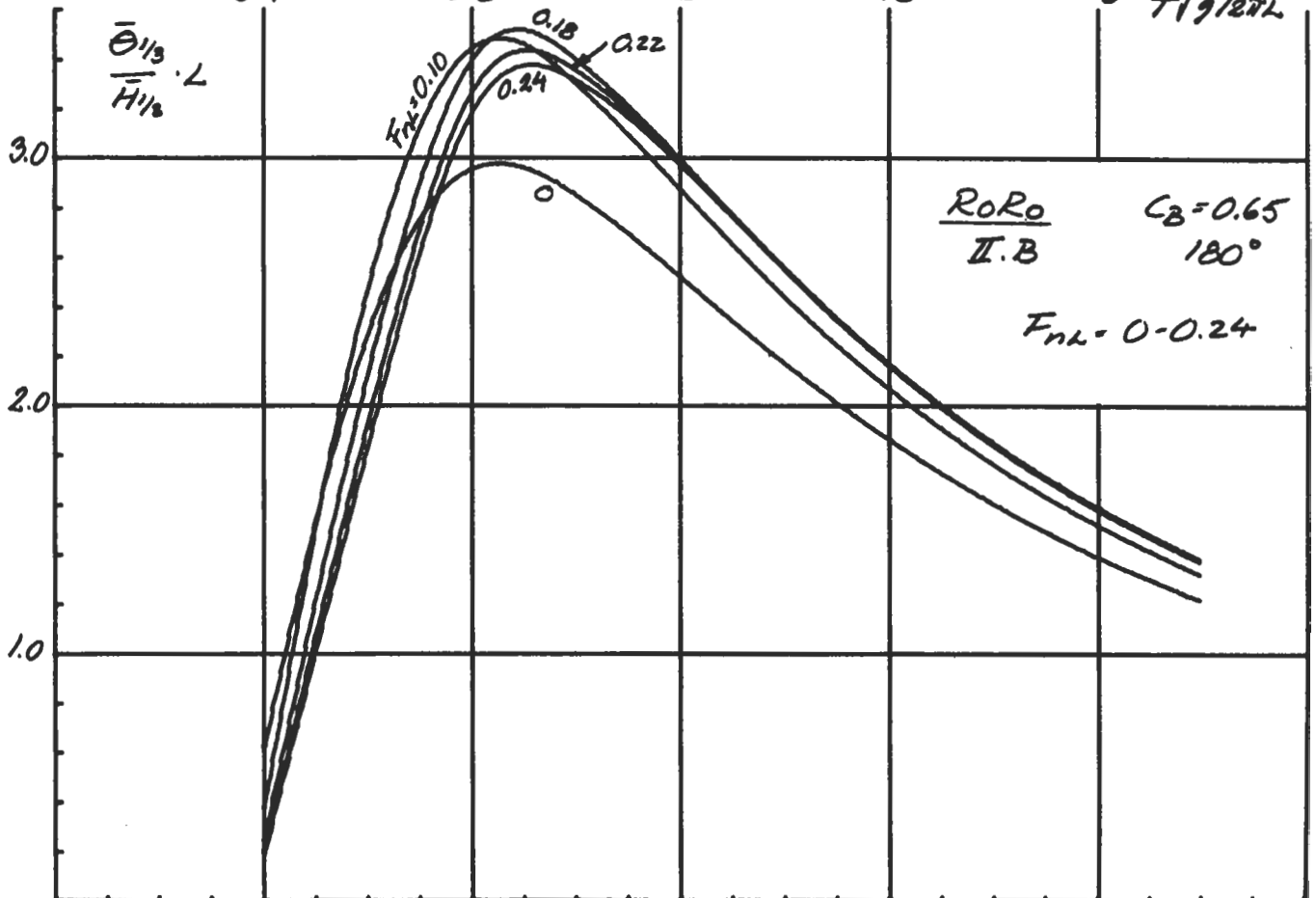
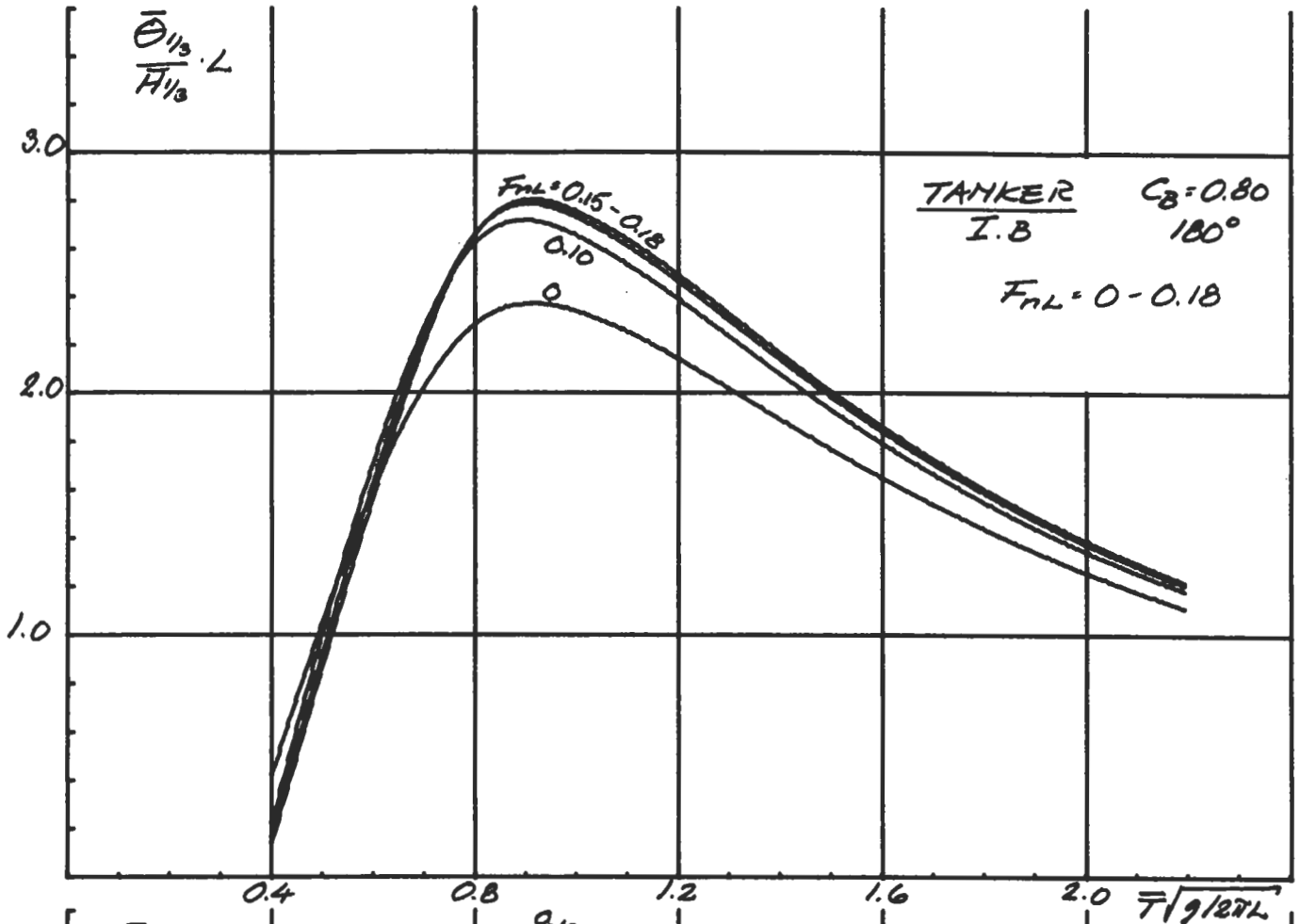


Hävning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande slankhet.

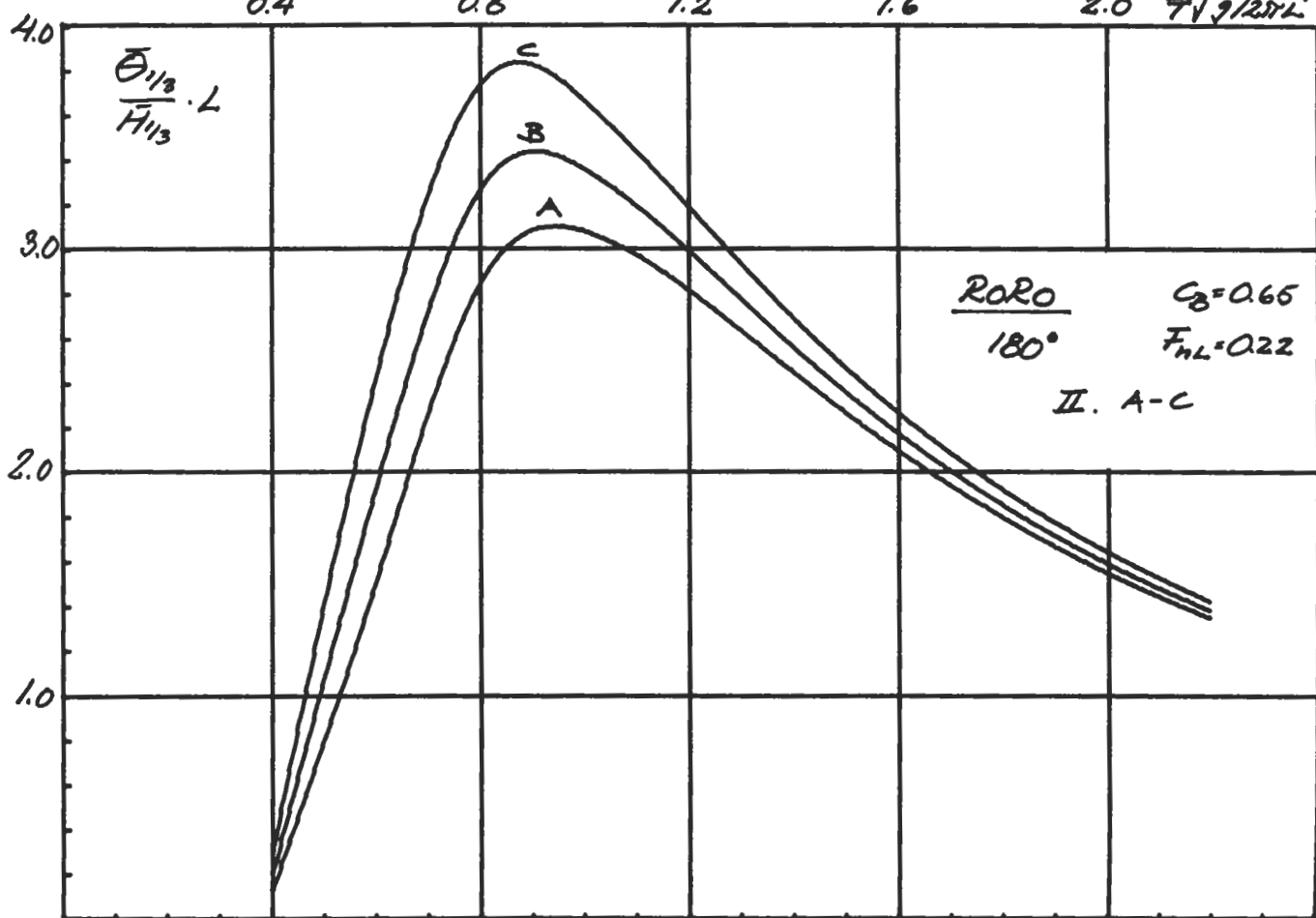
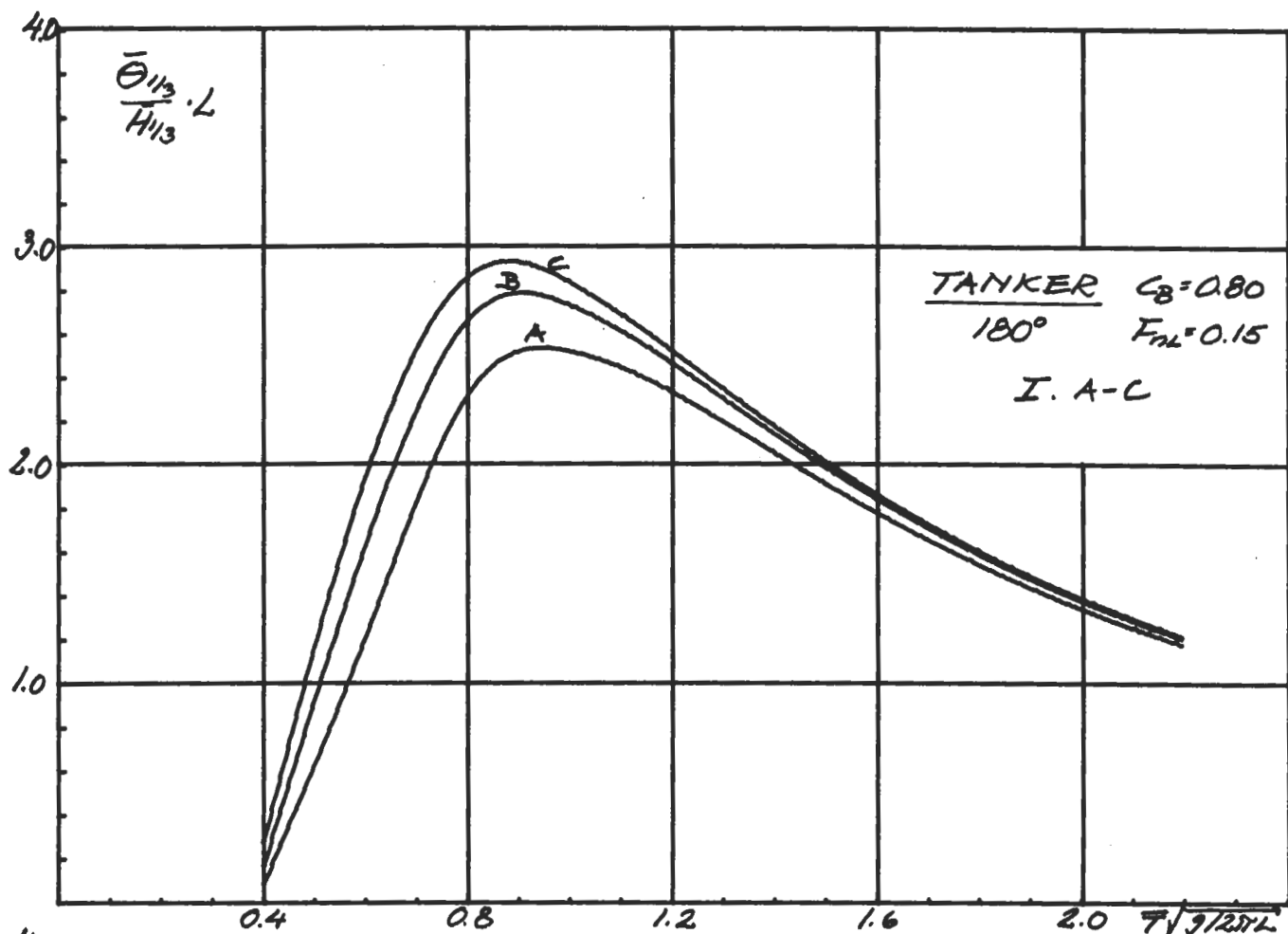


Stampning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande vågriktning

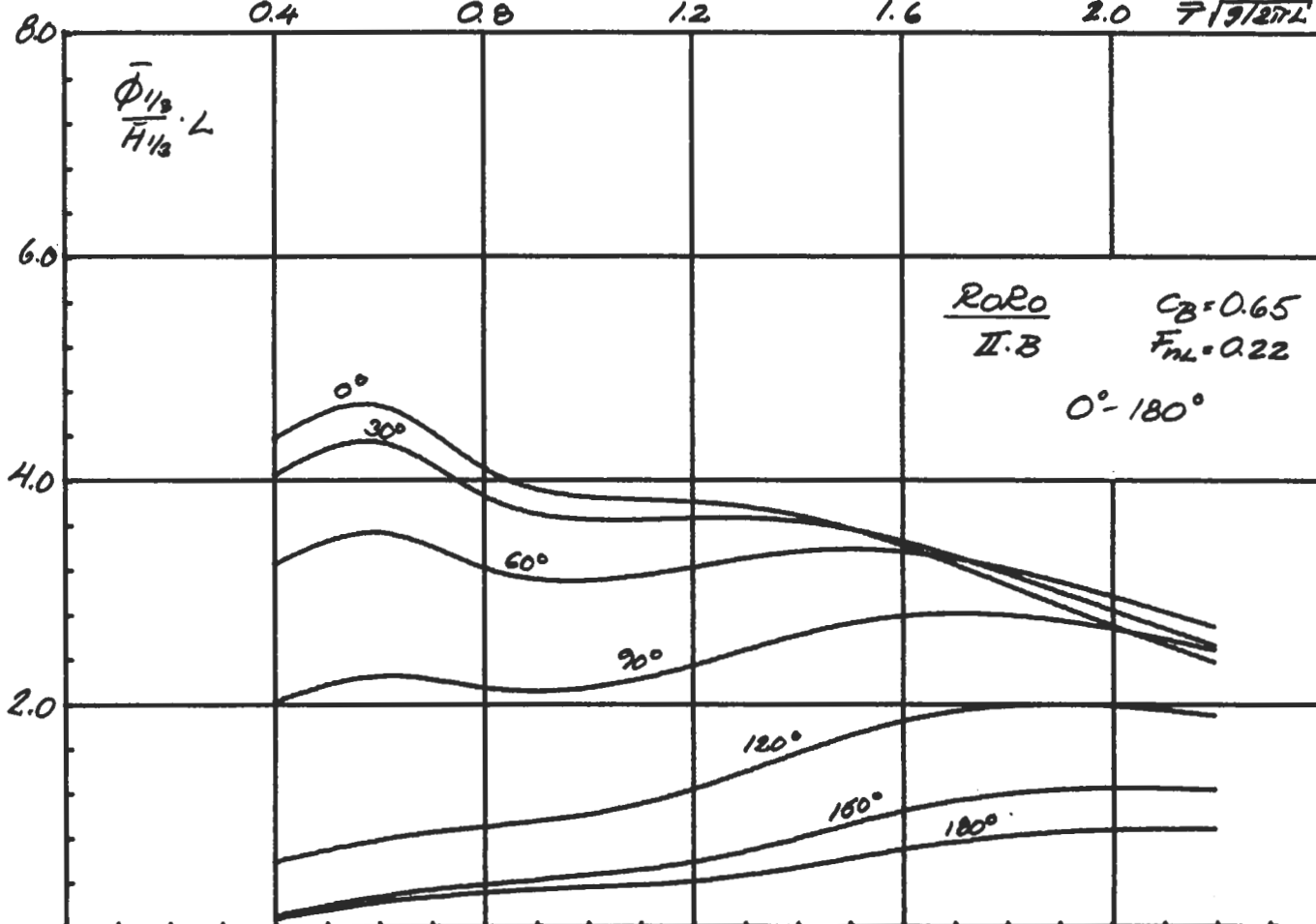
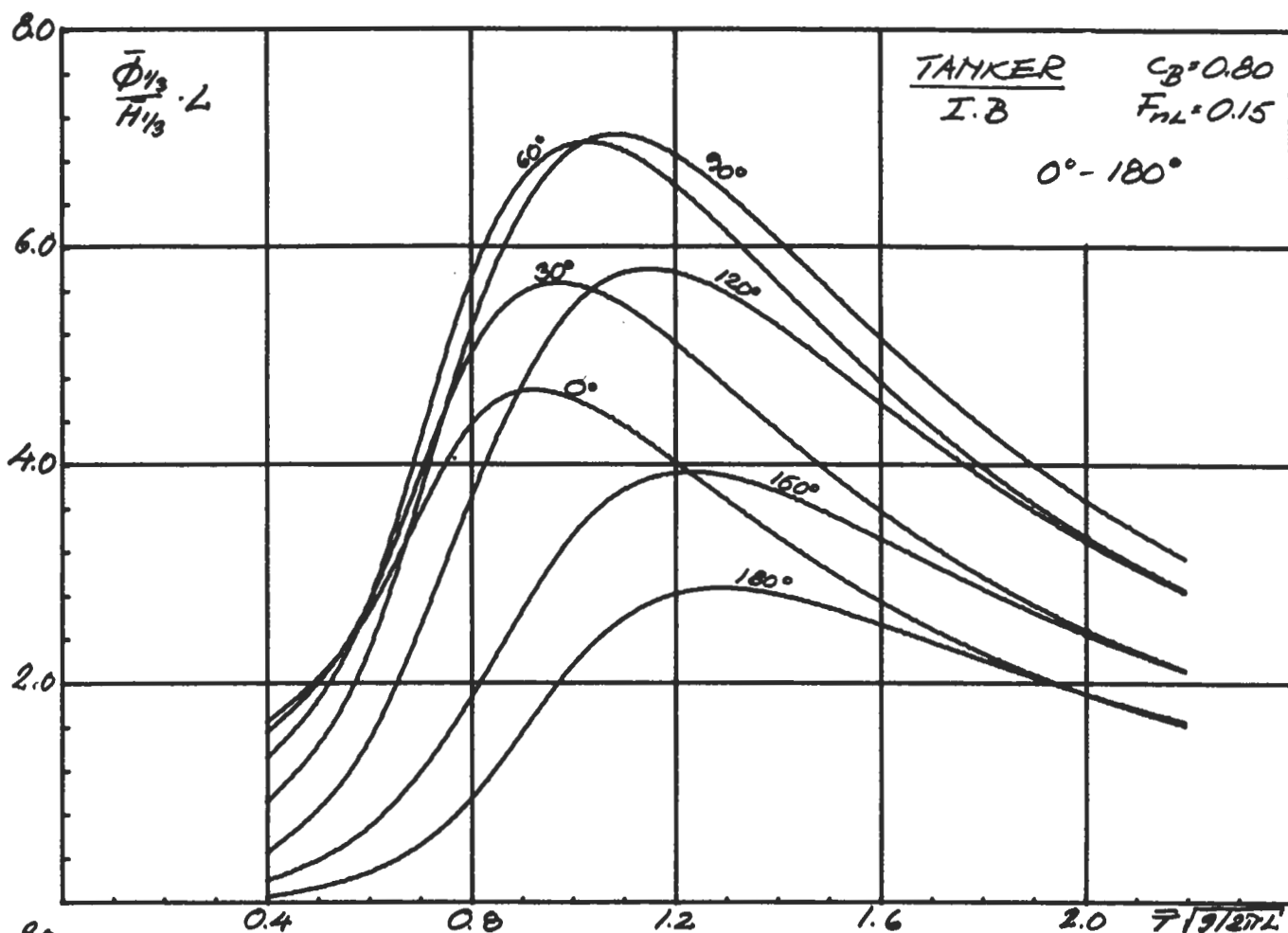




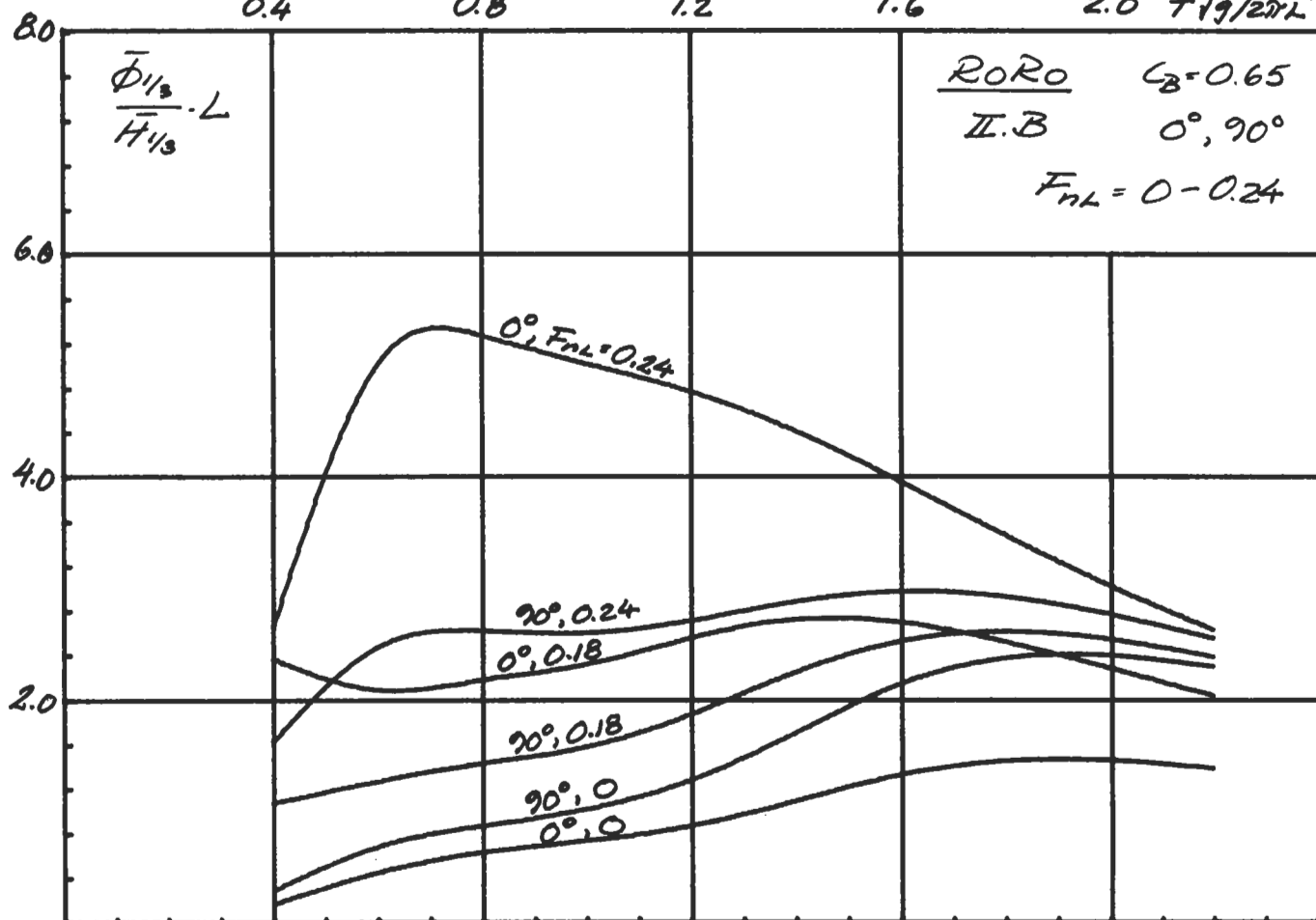
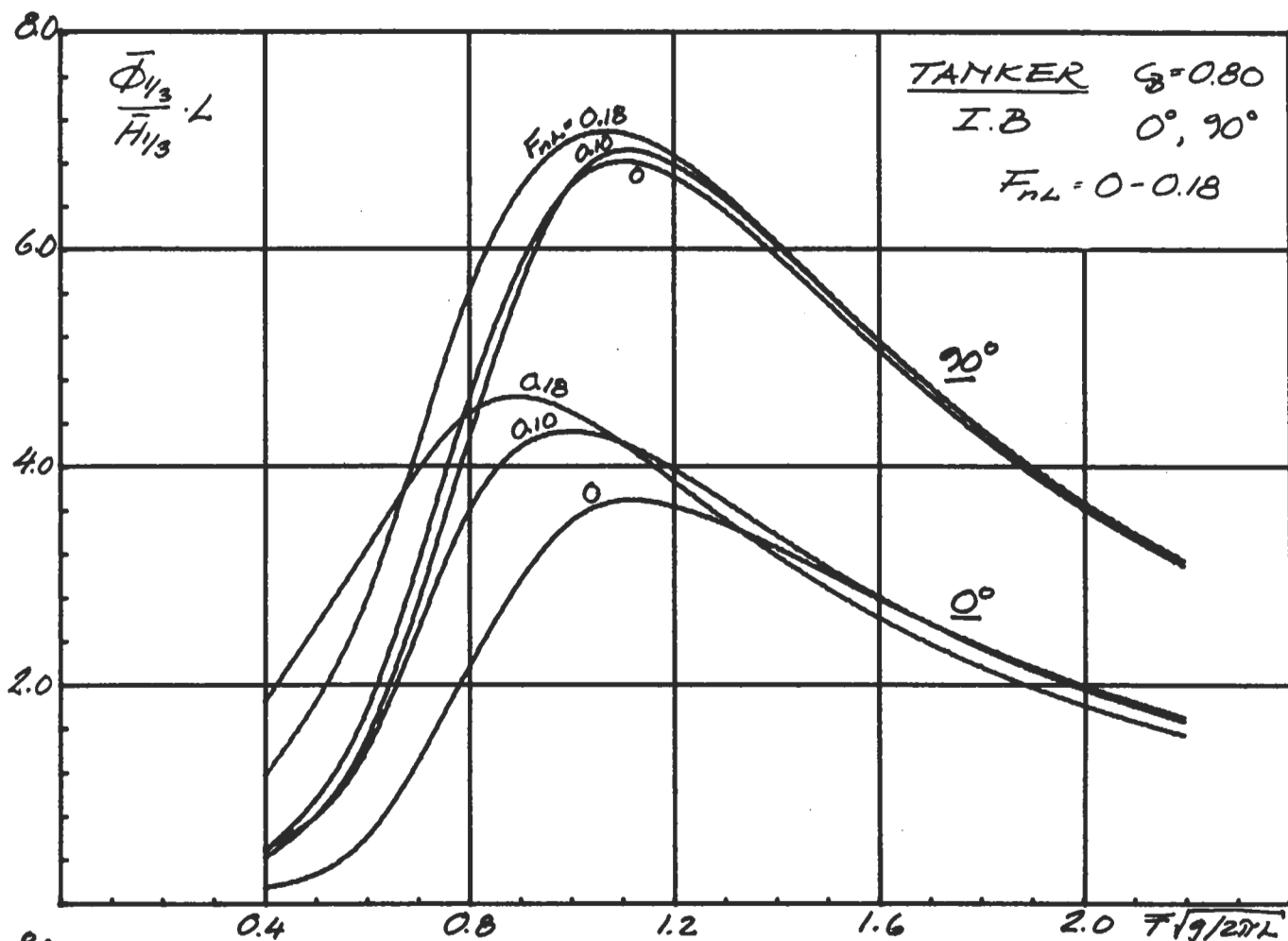
Stampning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande slankhet.



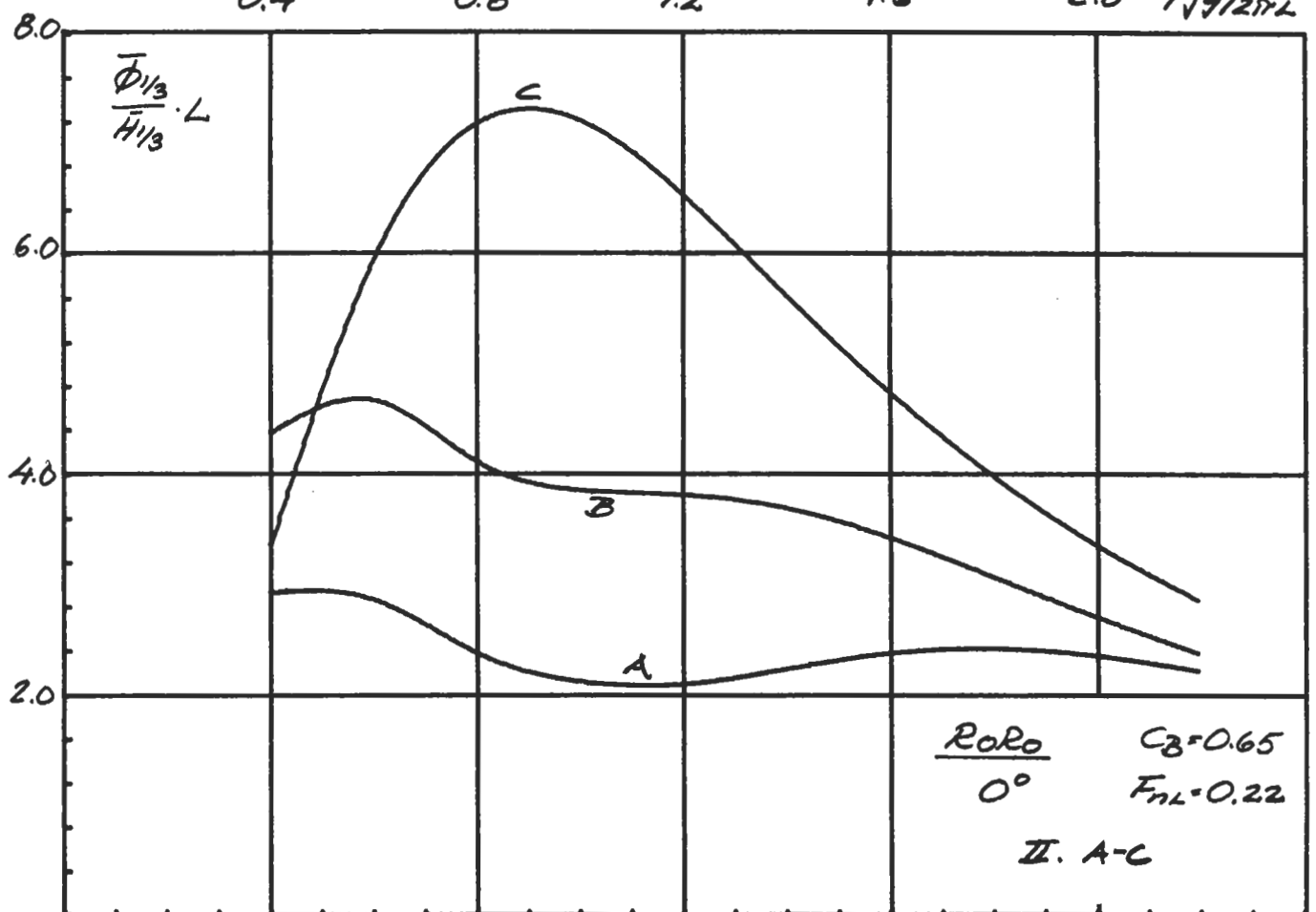
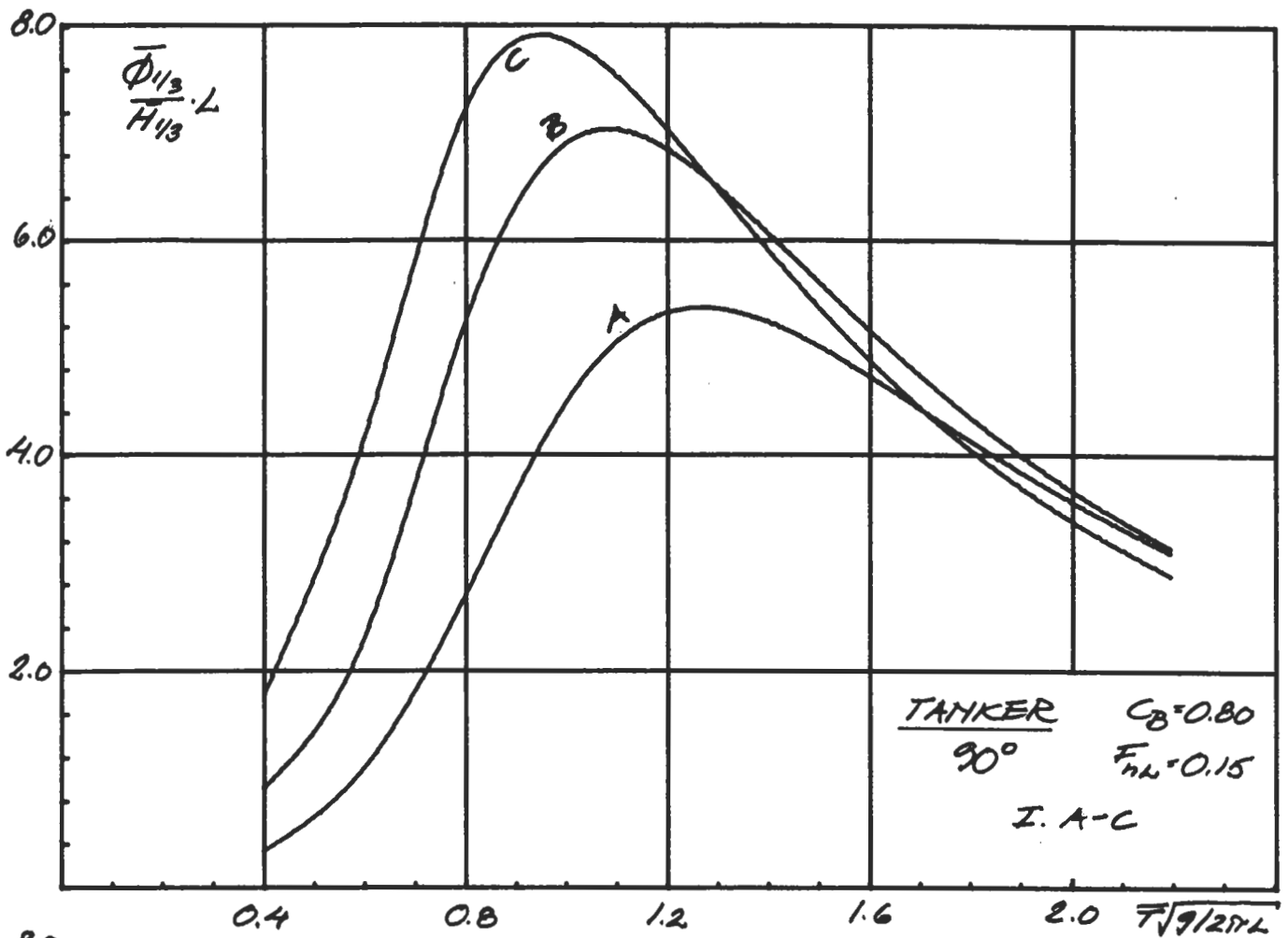
Rullning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande vågriktning.



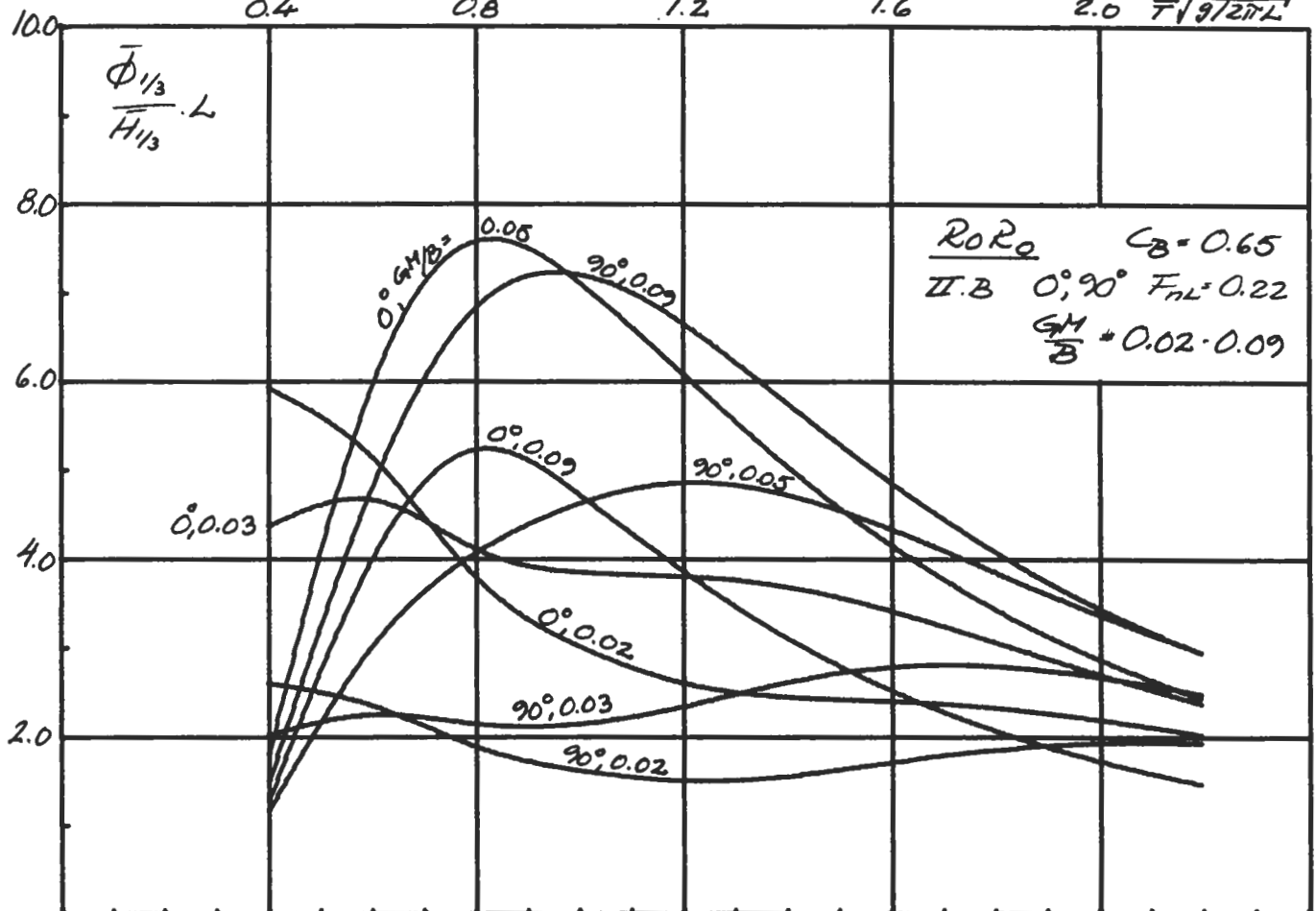
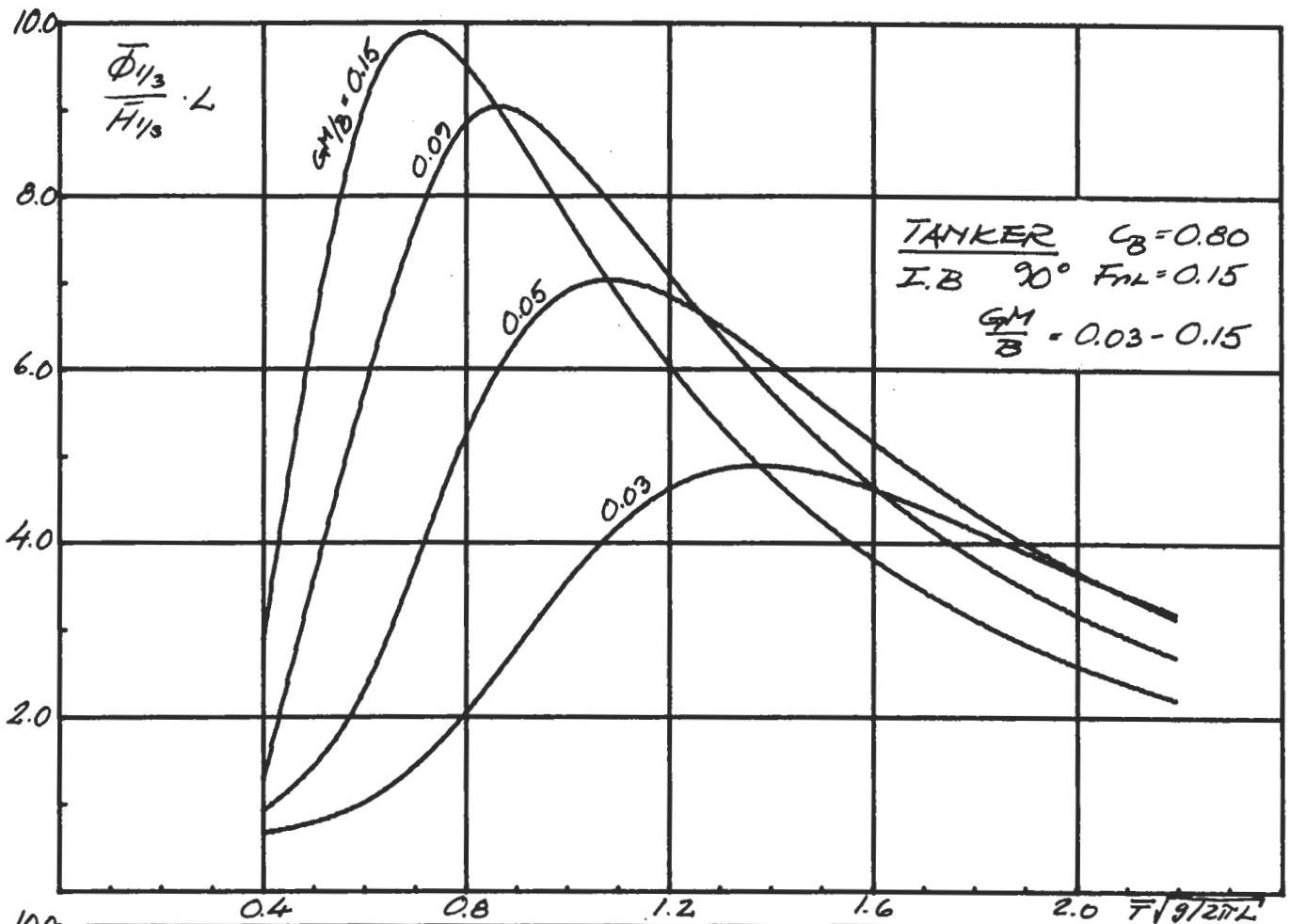
Rullning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande fart.



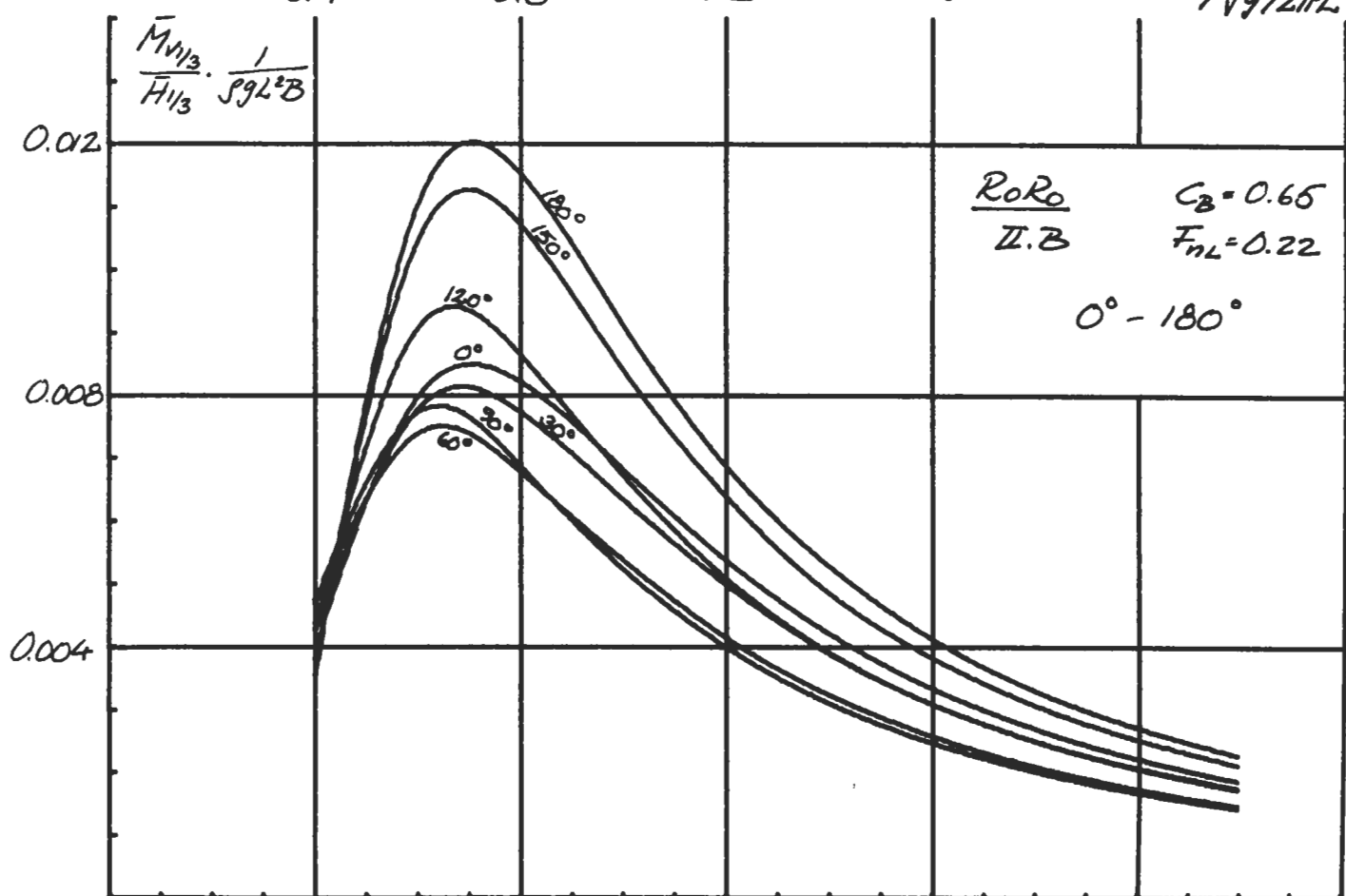
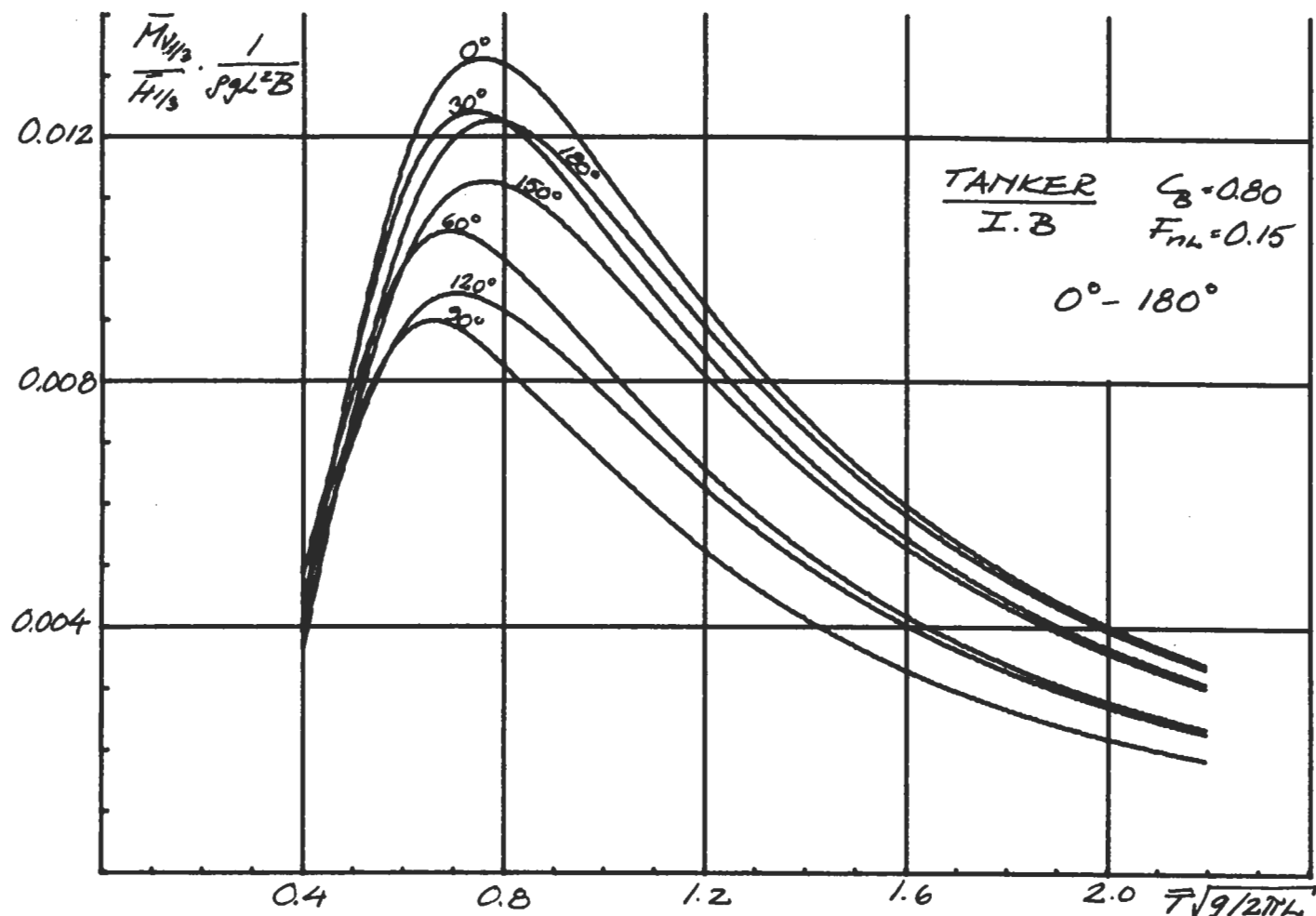
Rullning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande slankhet.



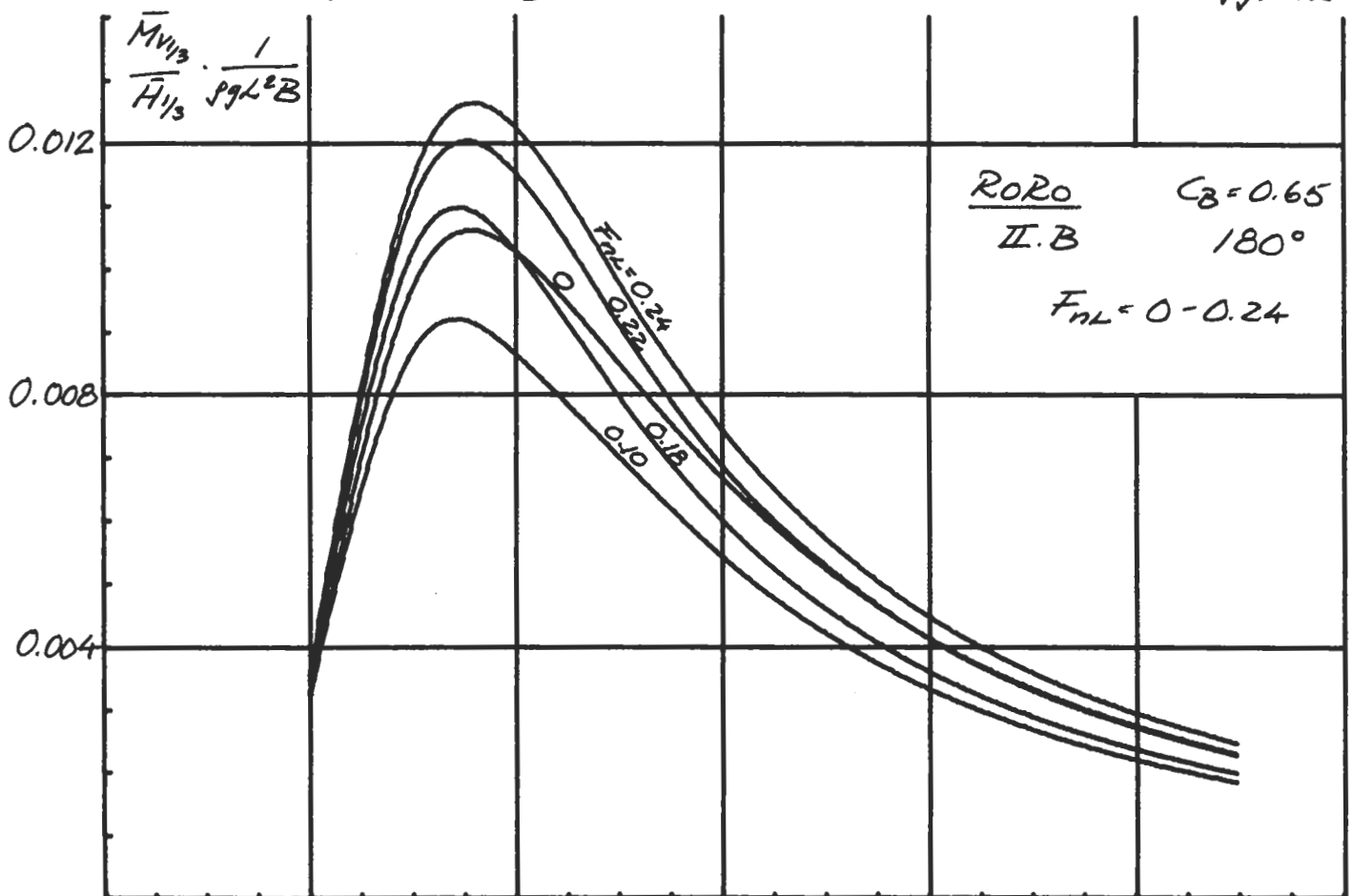
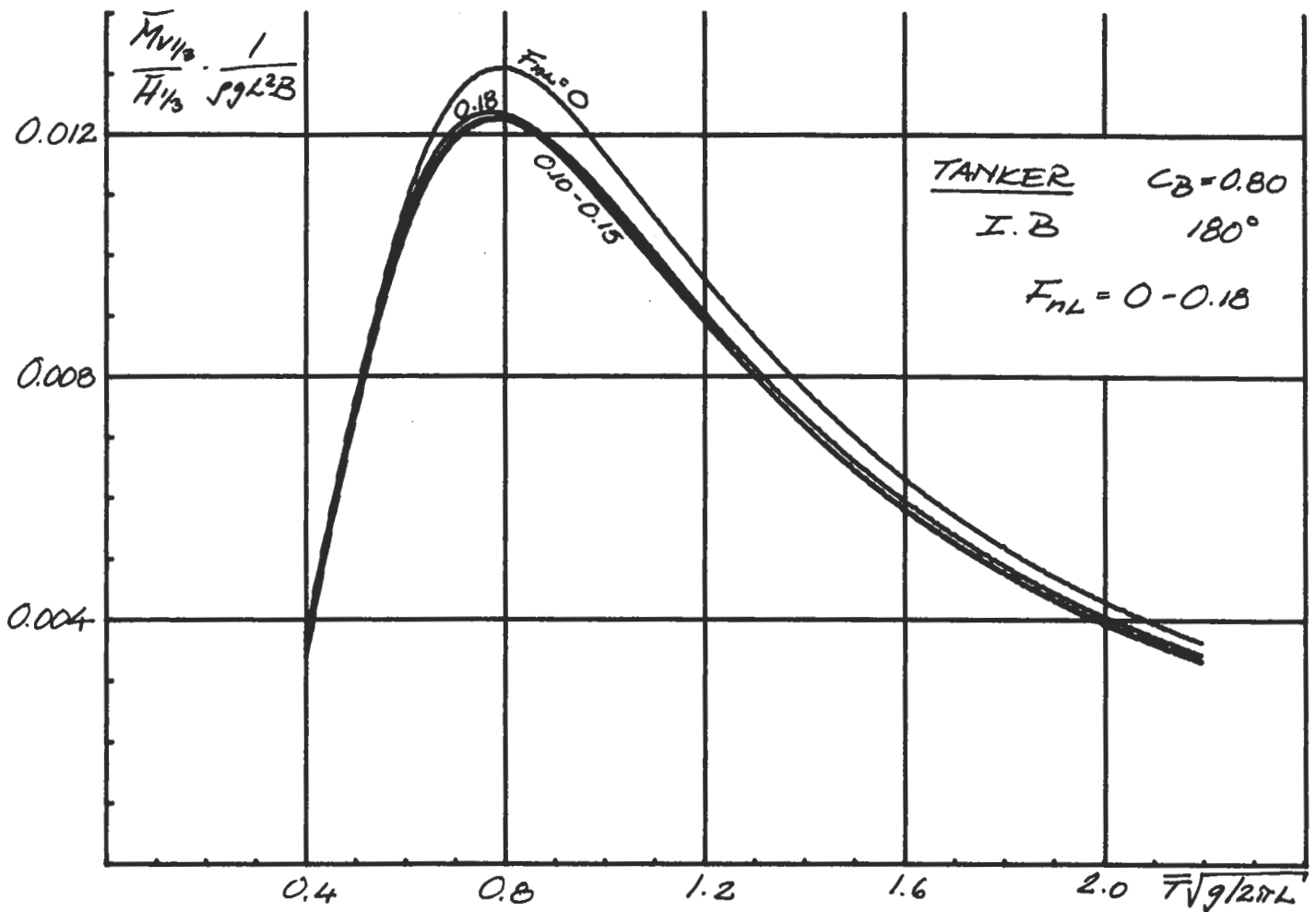
Rullning i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande GM.



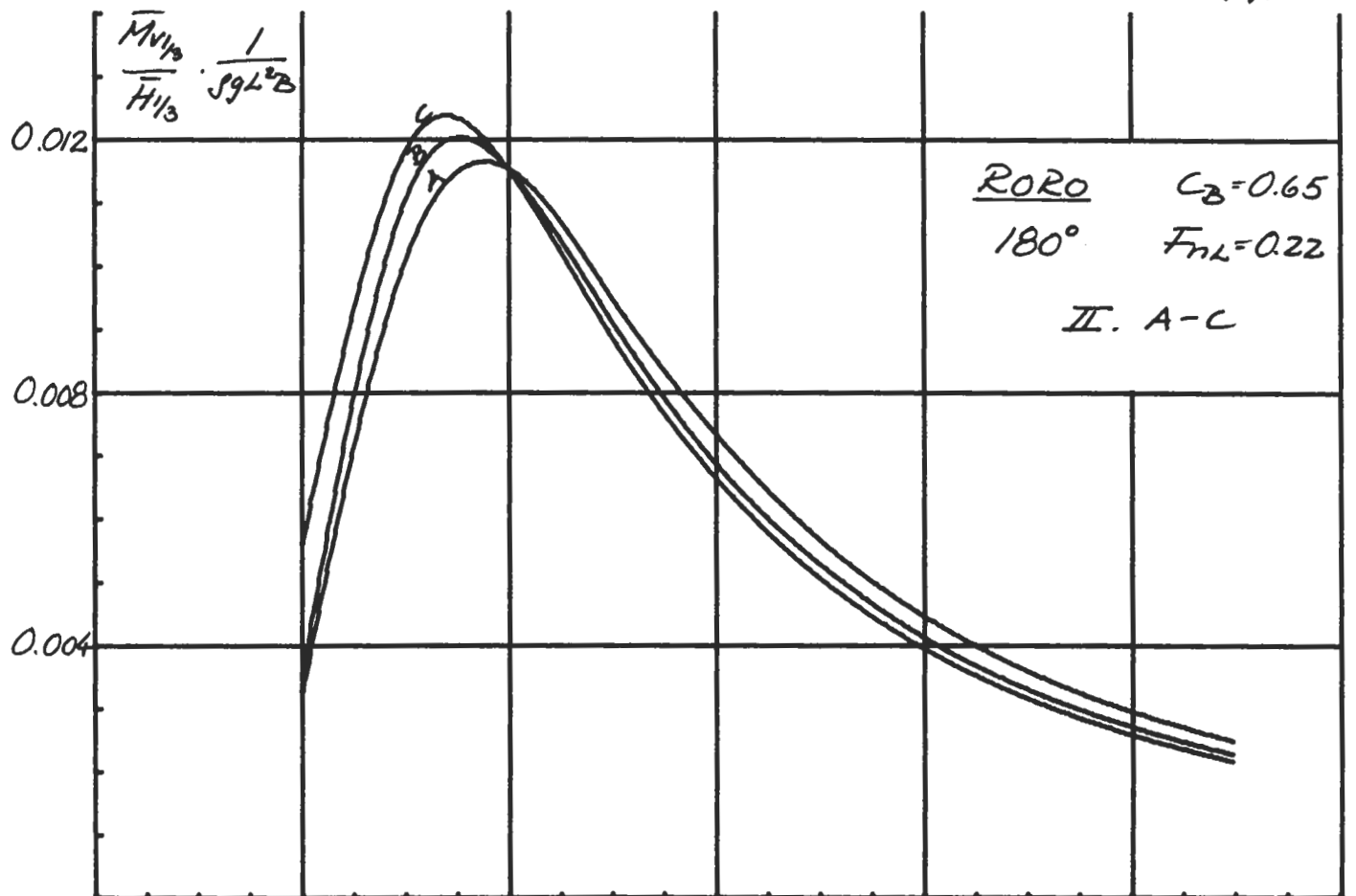
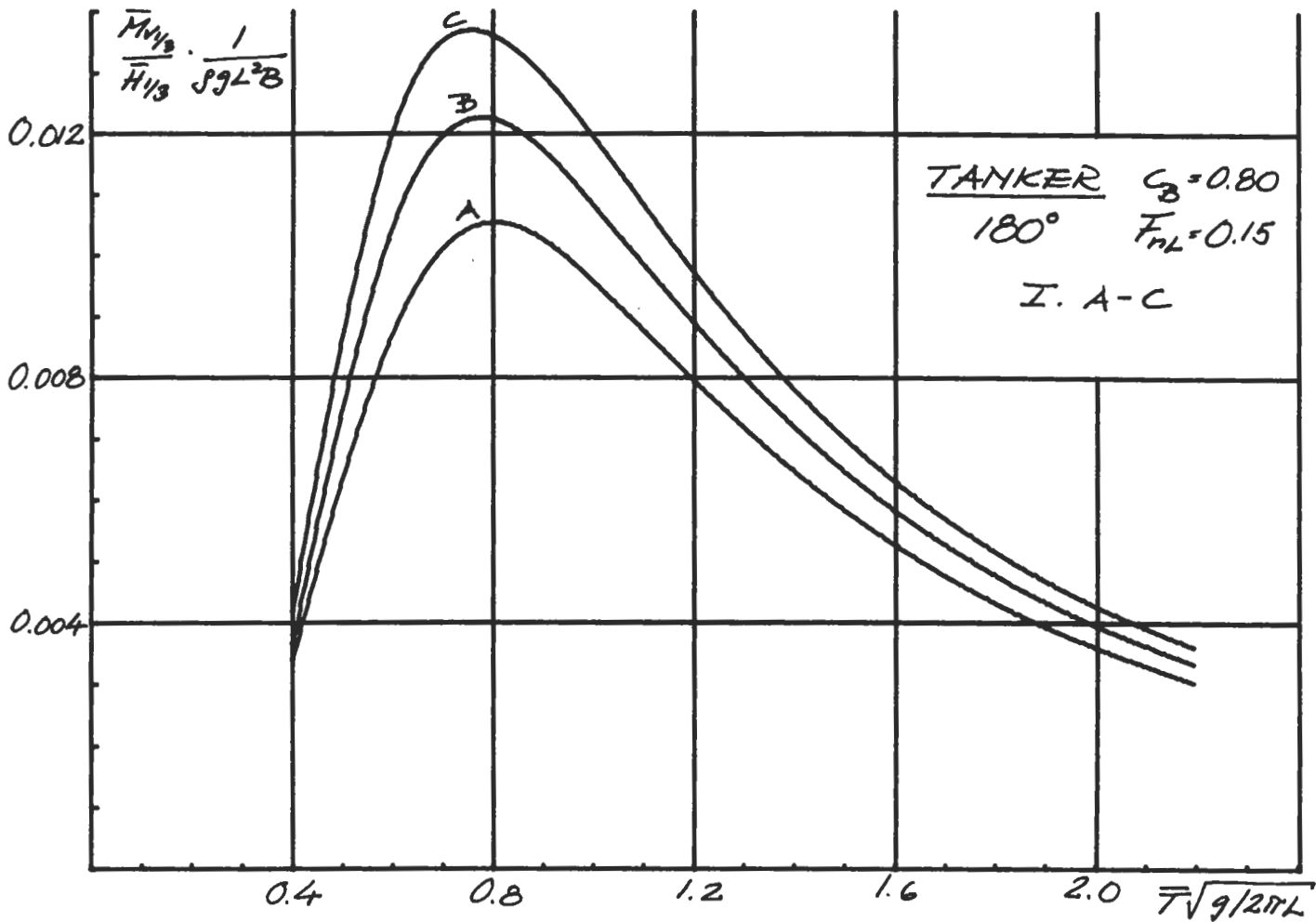
Vertikalt böjmoment i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande vågriktning



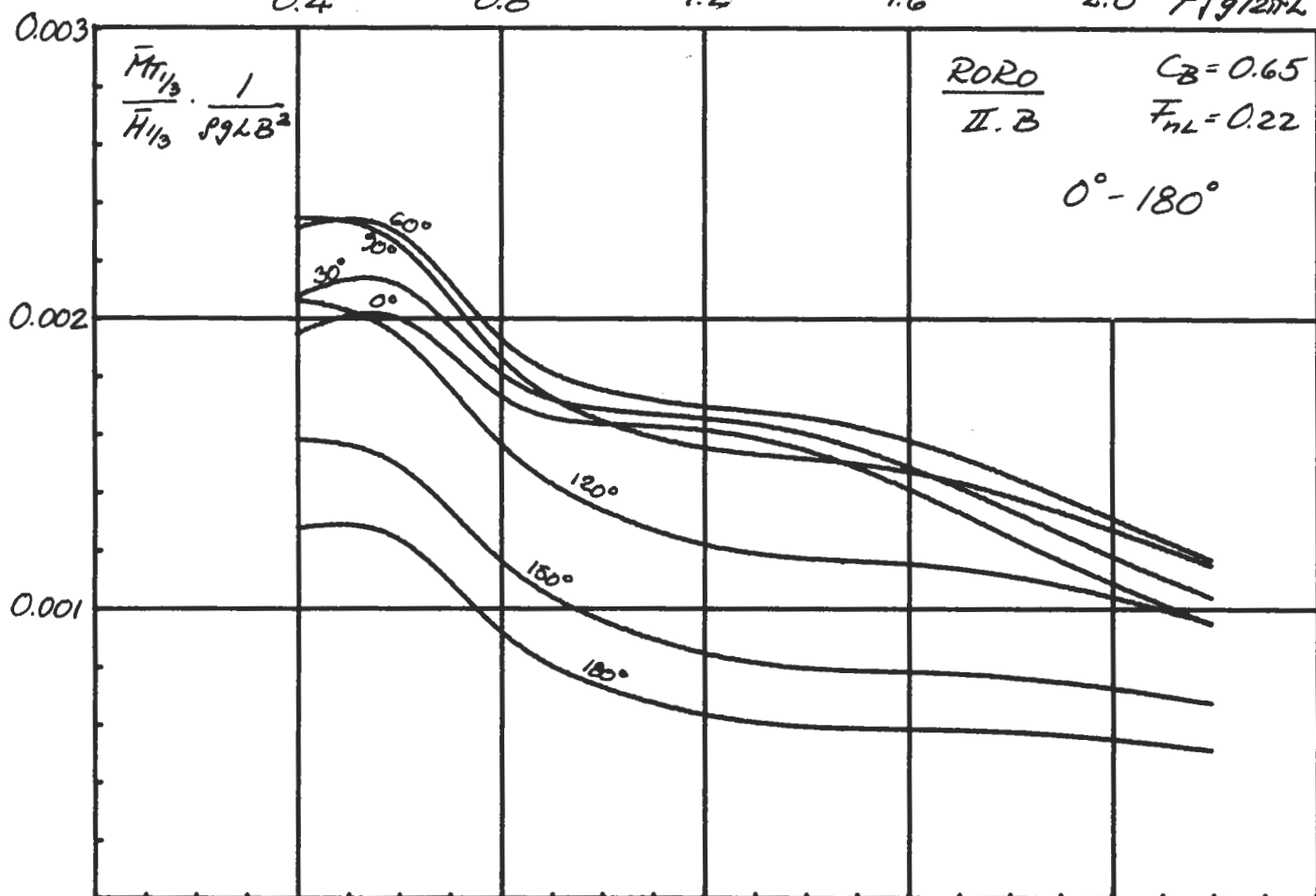
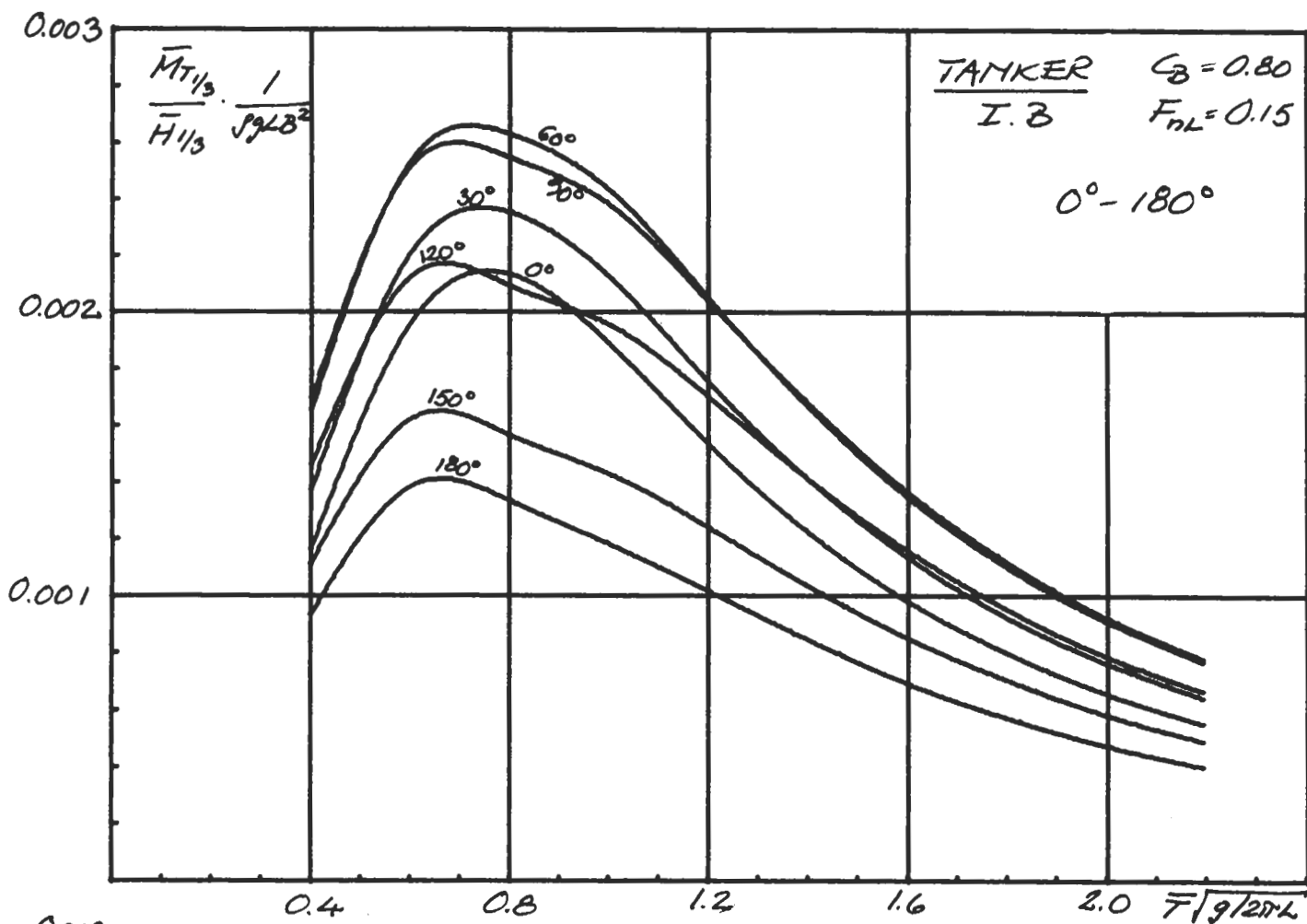
Vertikalt böjmoment i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande fart.



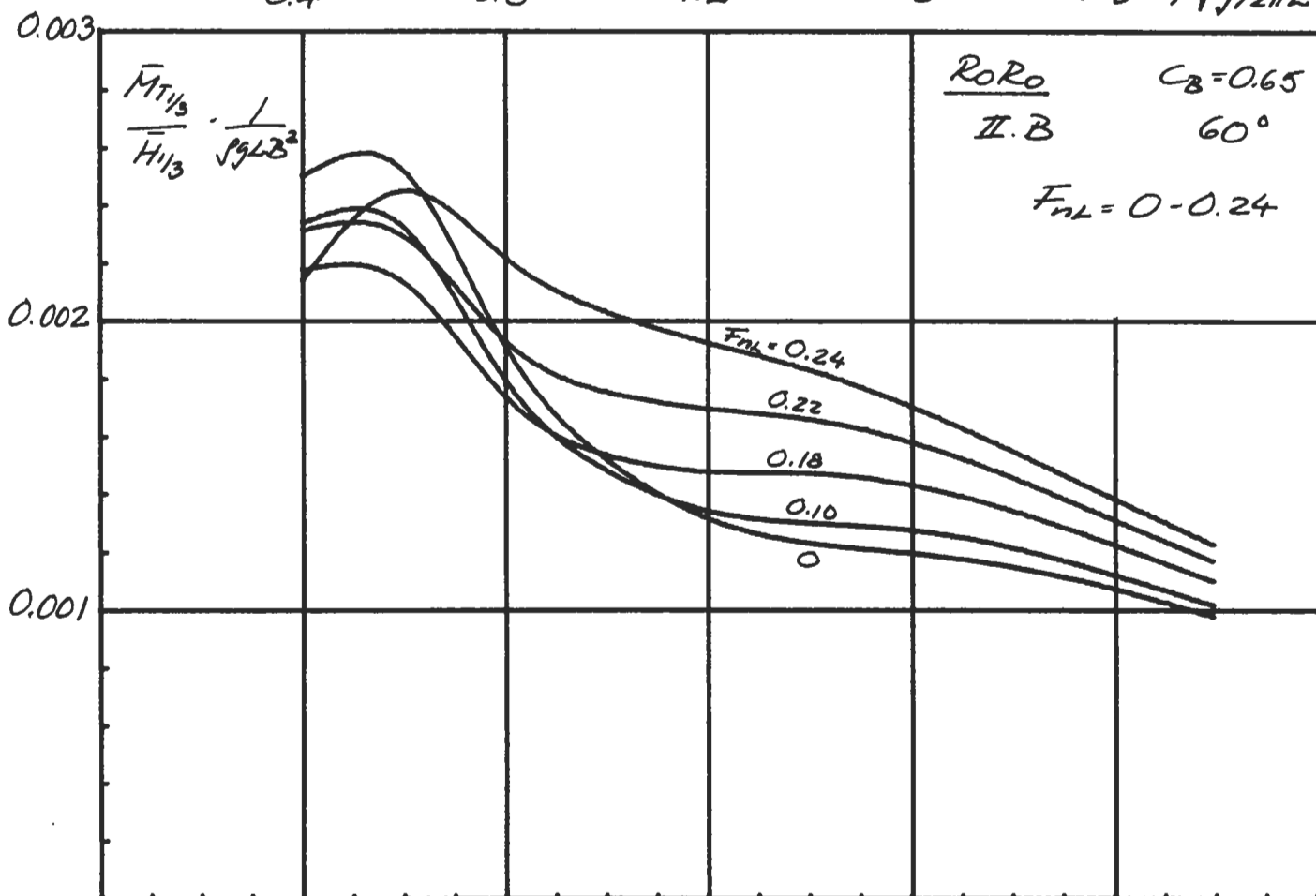
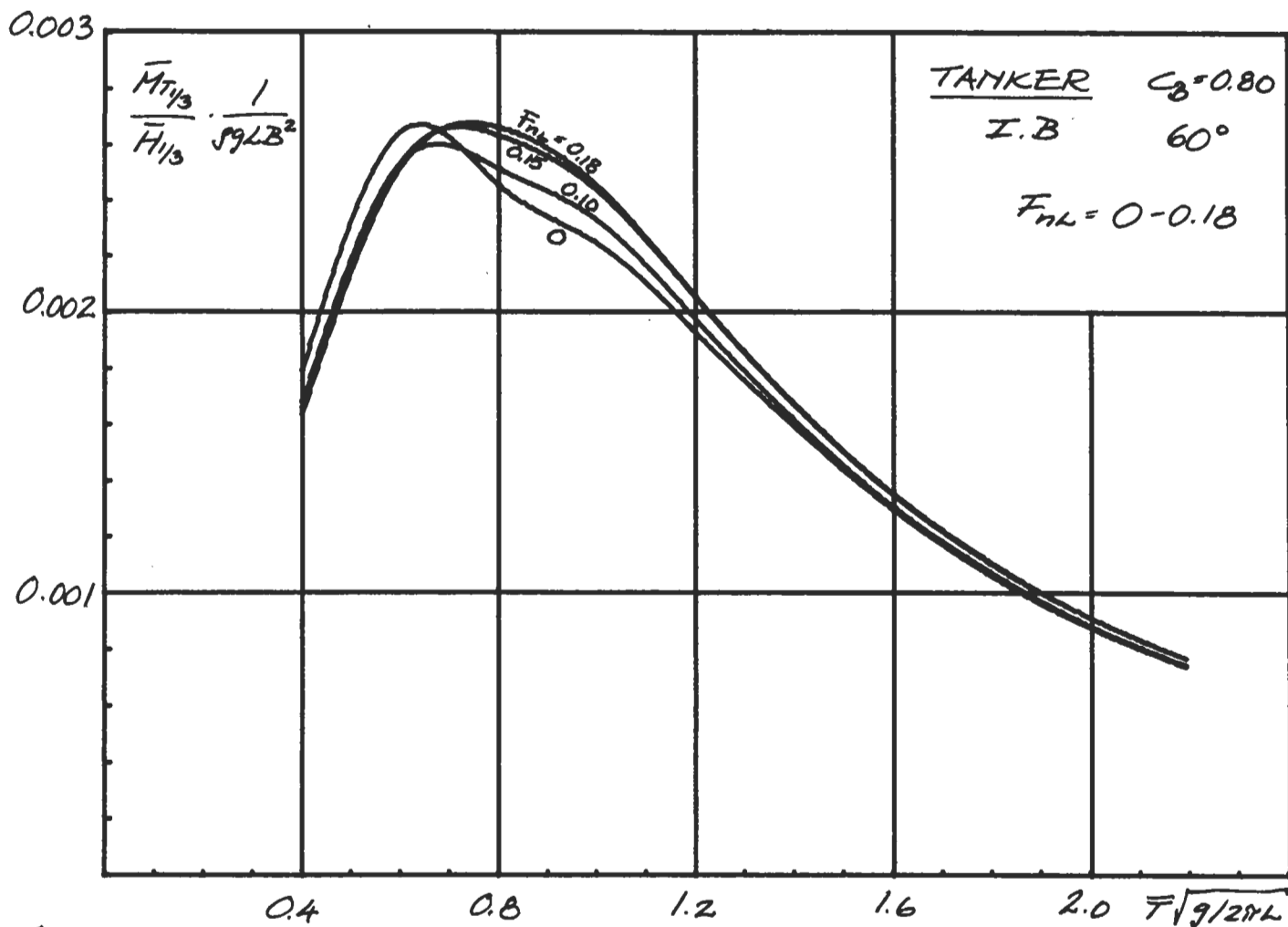
Vertikalt böjmoment i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande slankhet.



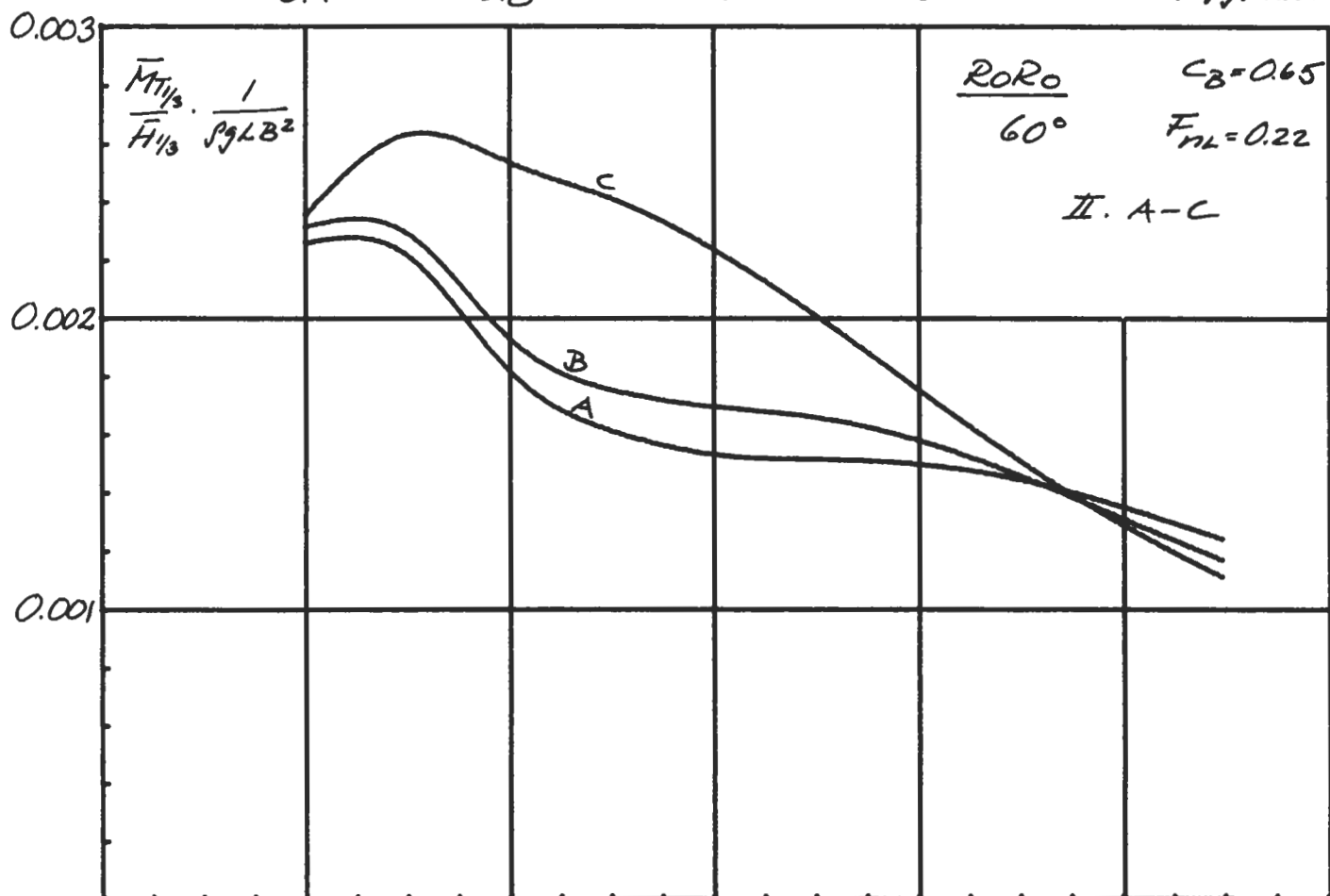
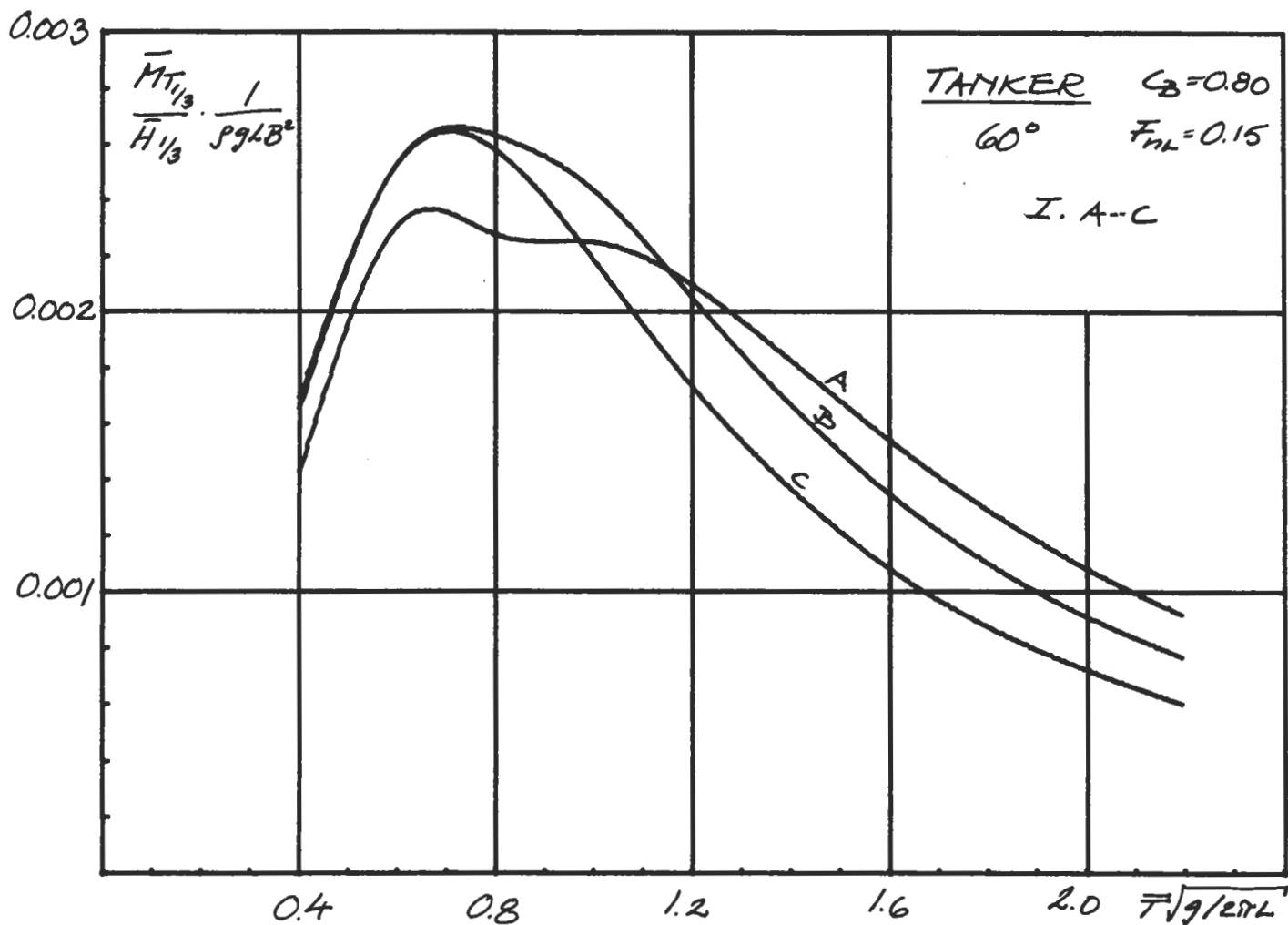
Torsionsmoment i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande vågriktning.



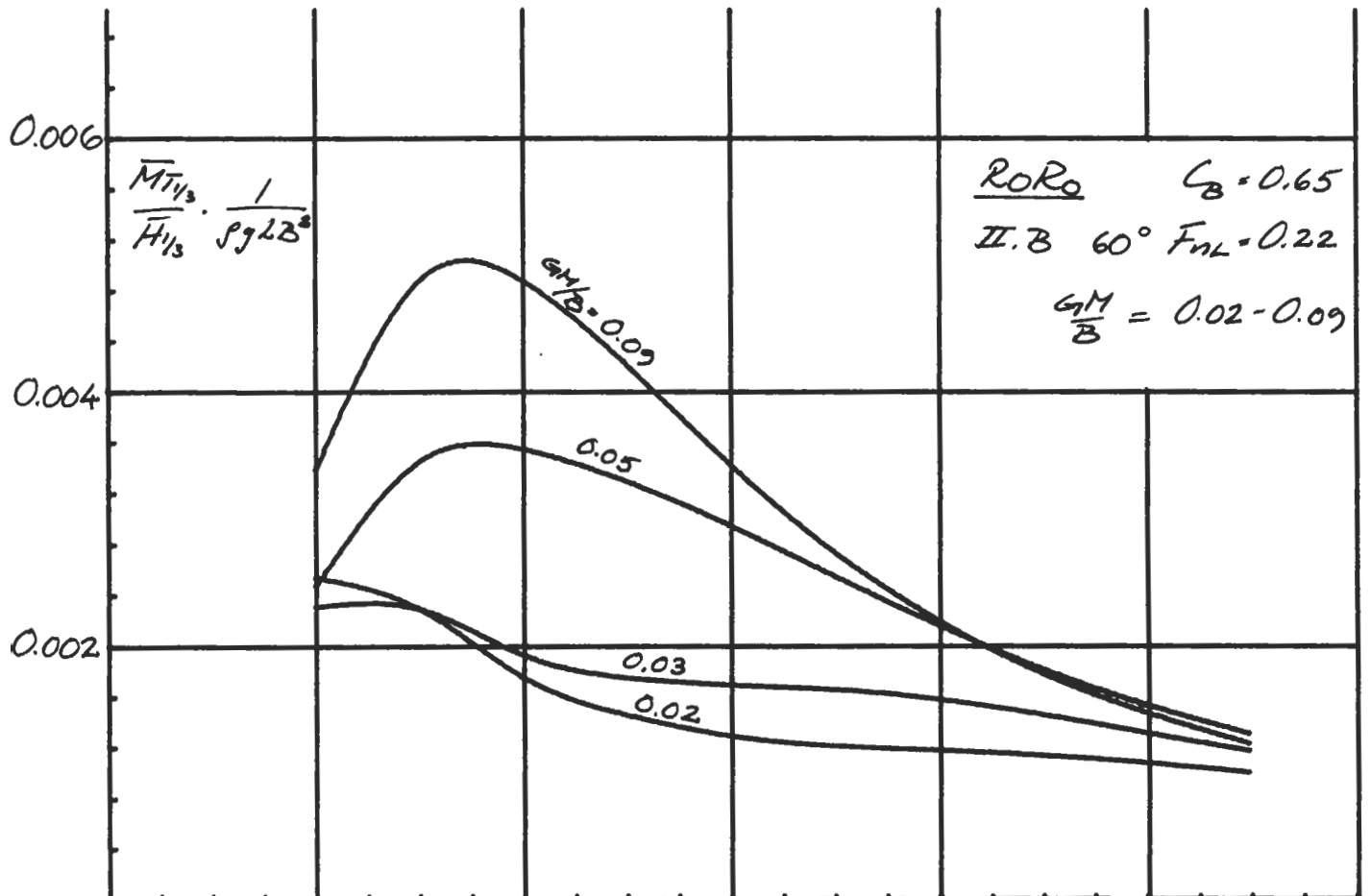
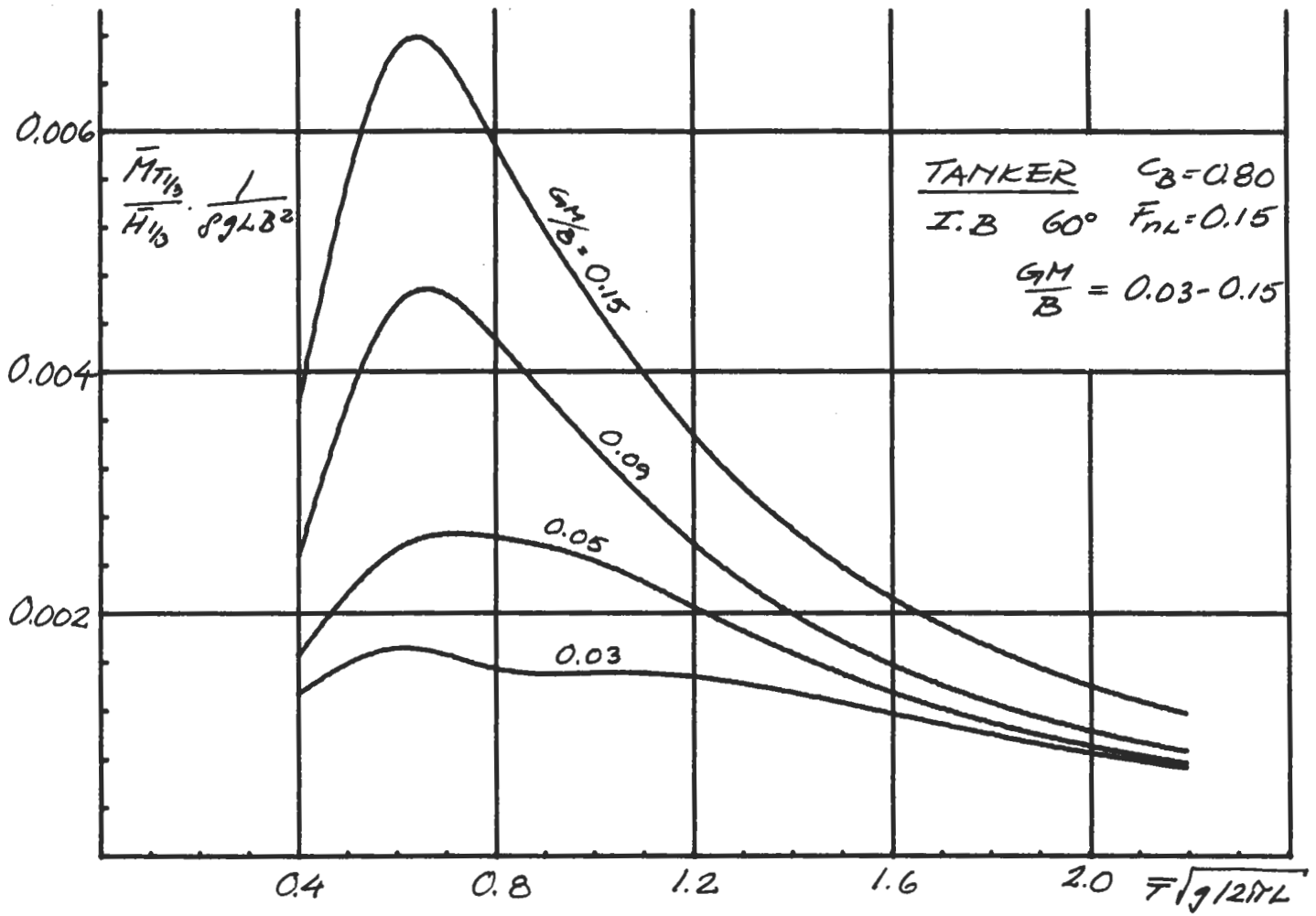
Torsionsmoment i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande fart.



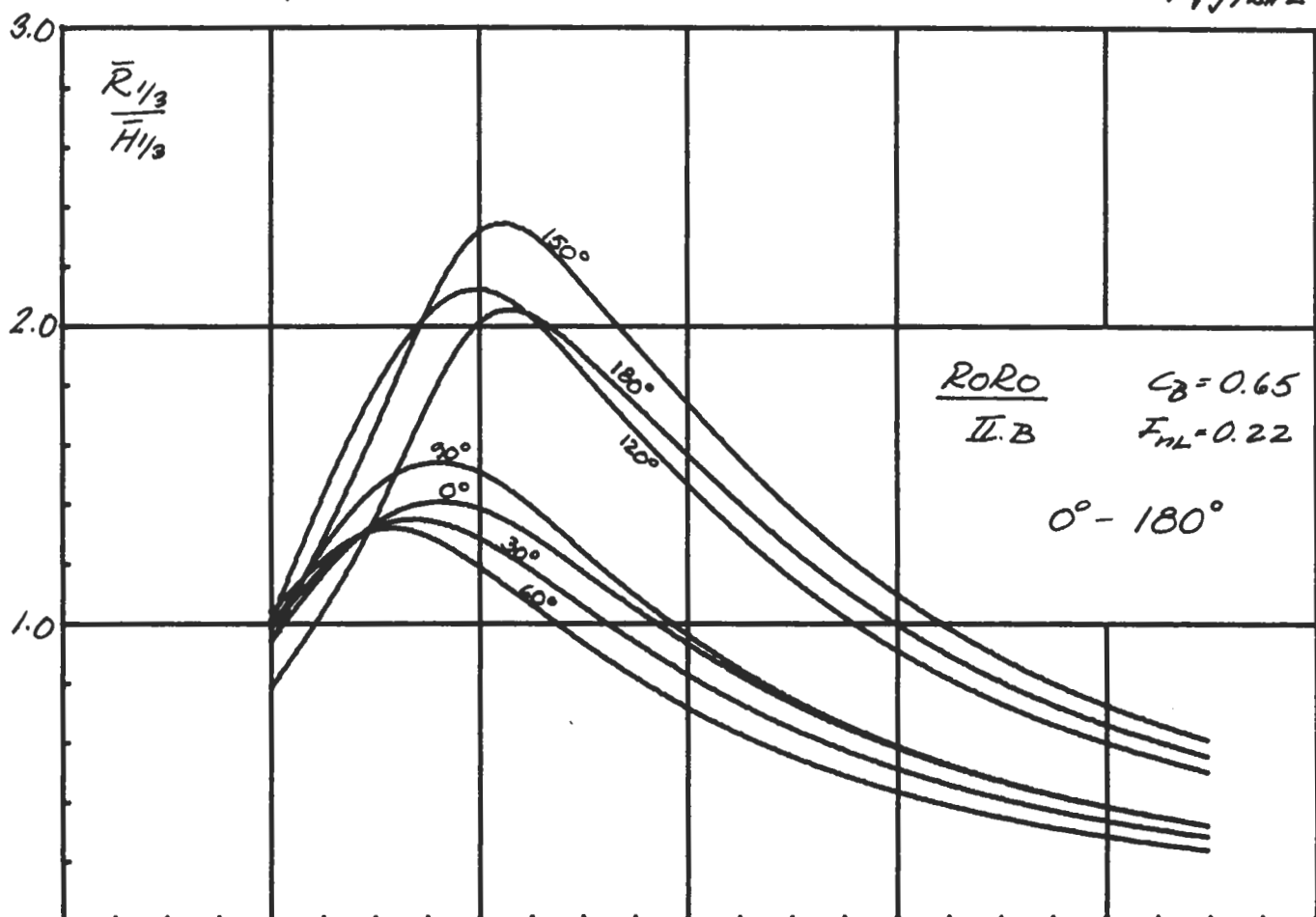
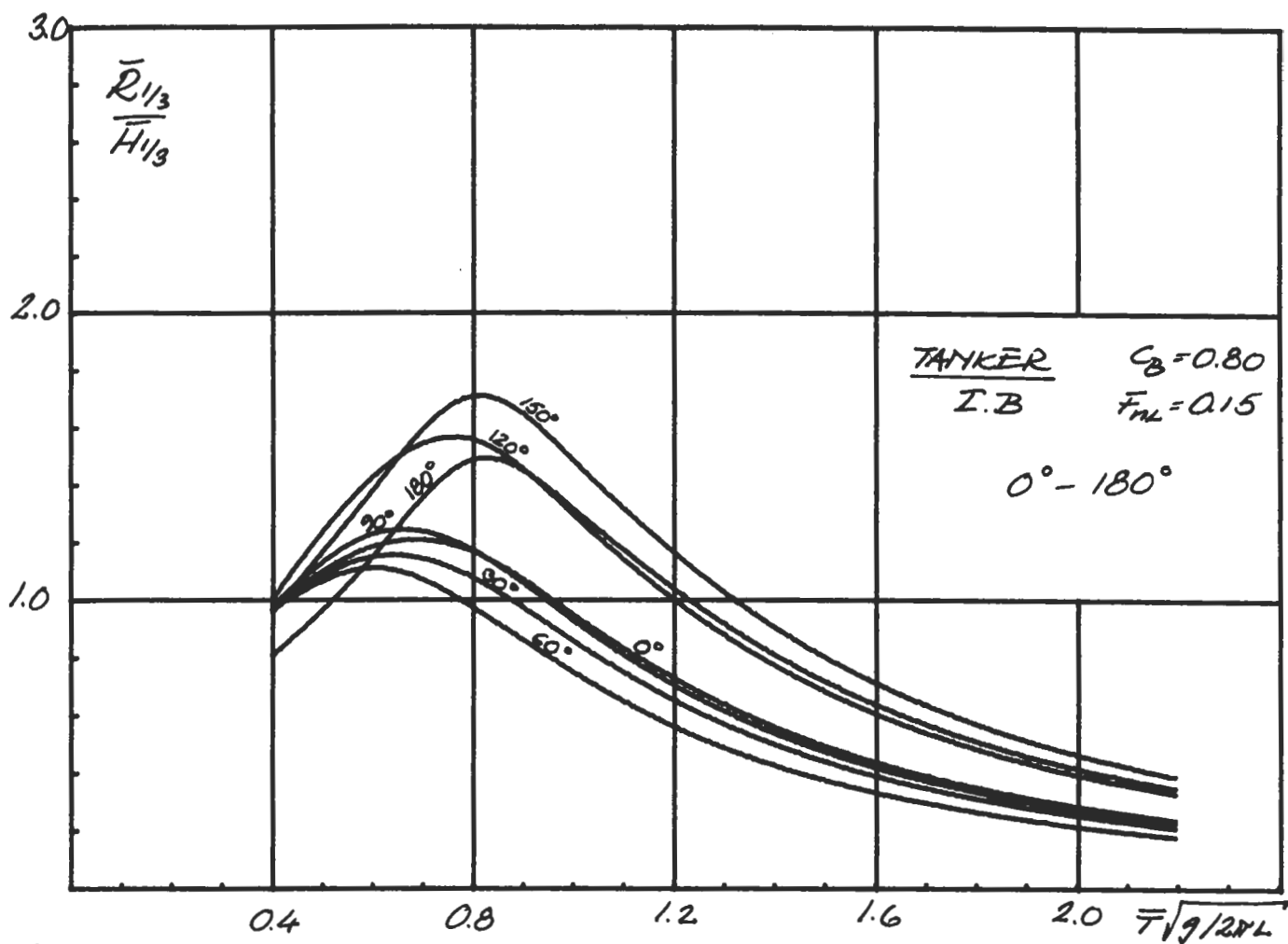
Torsionsmoment i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande slankhet.



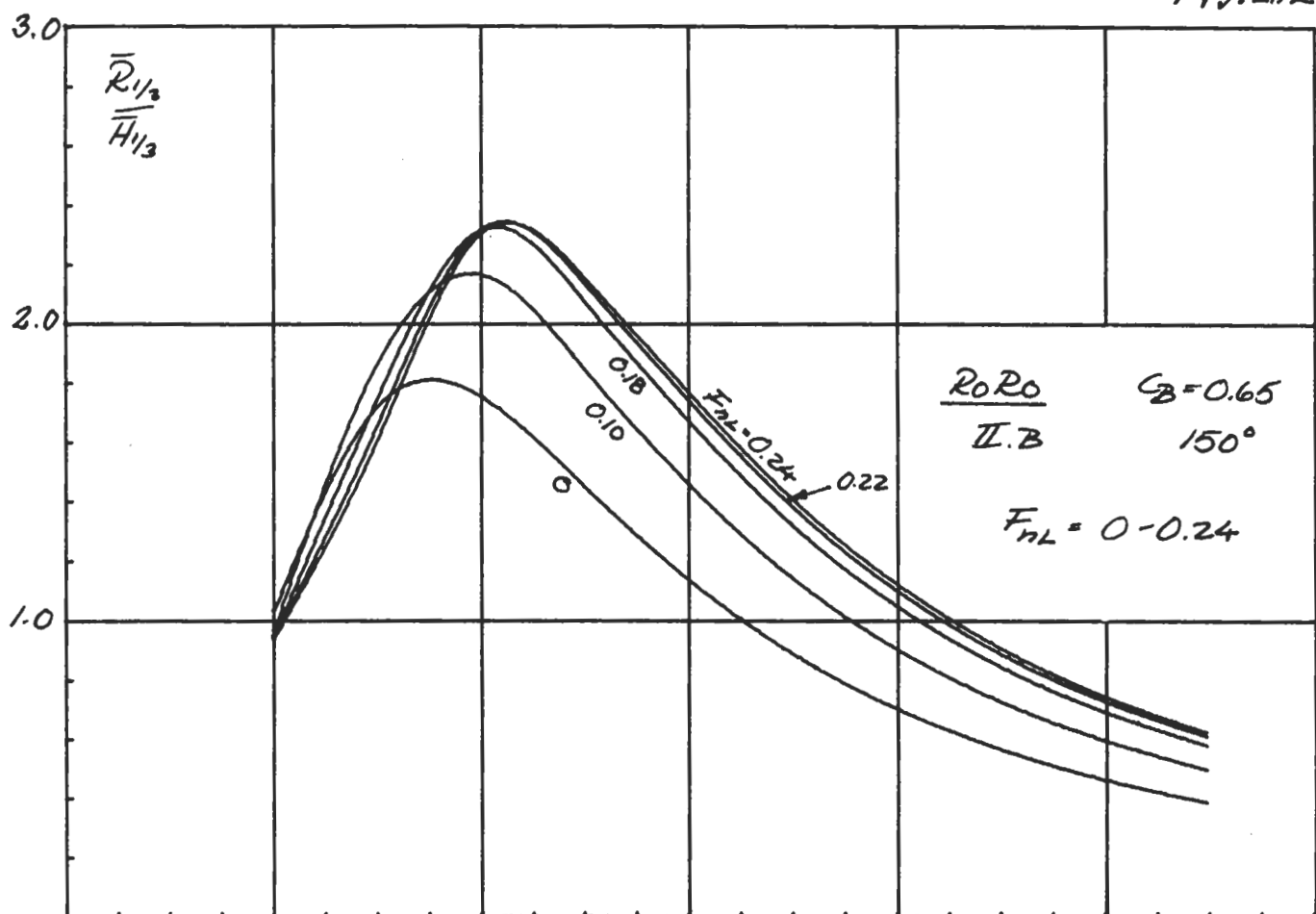
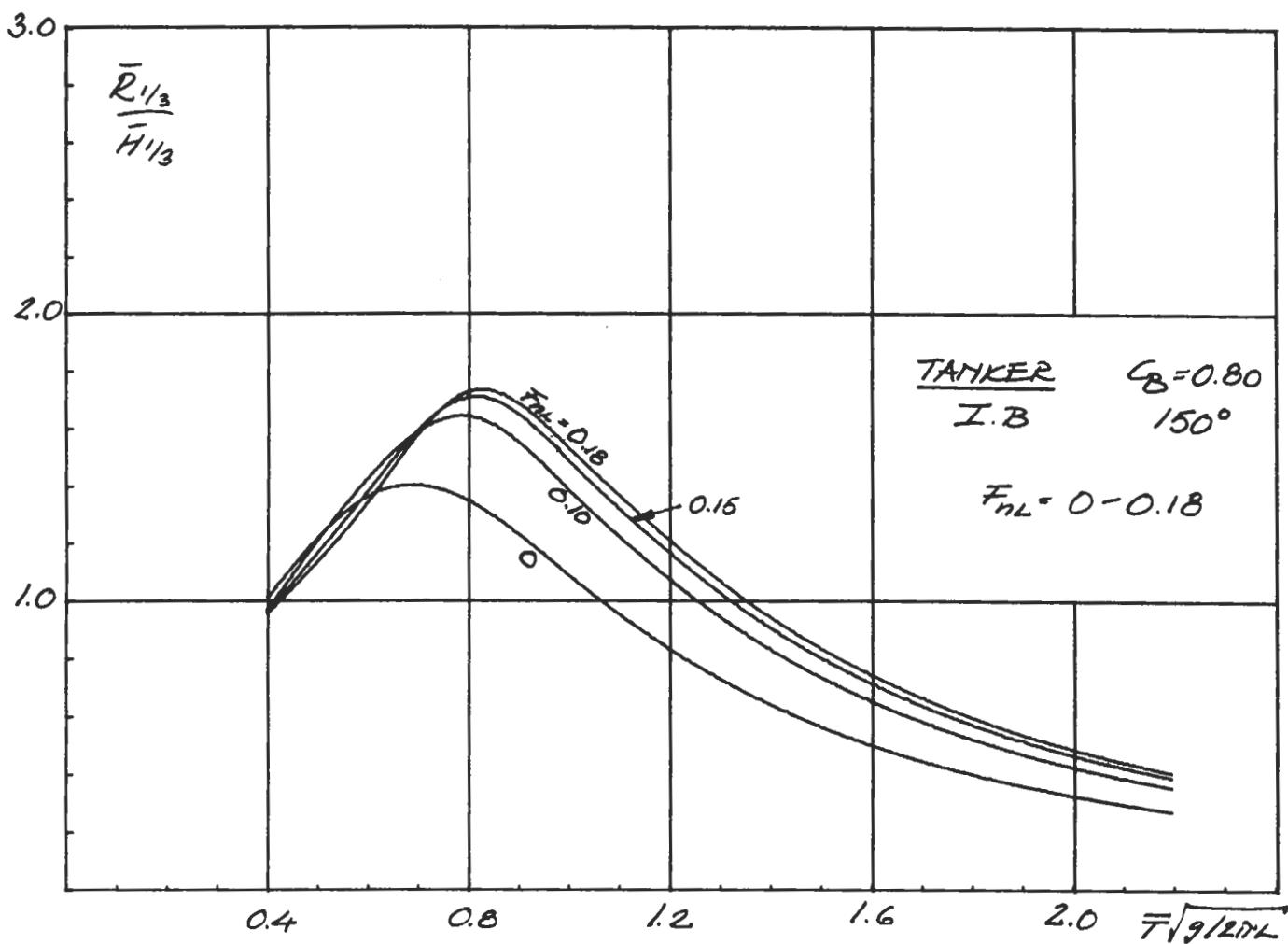
Torsionsmoment i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande GM



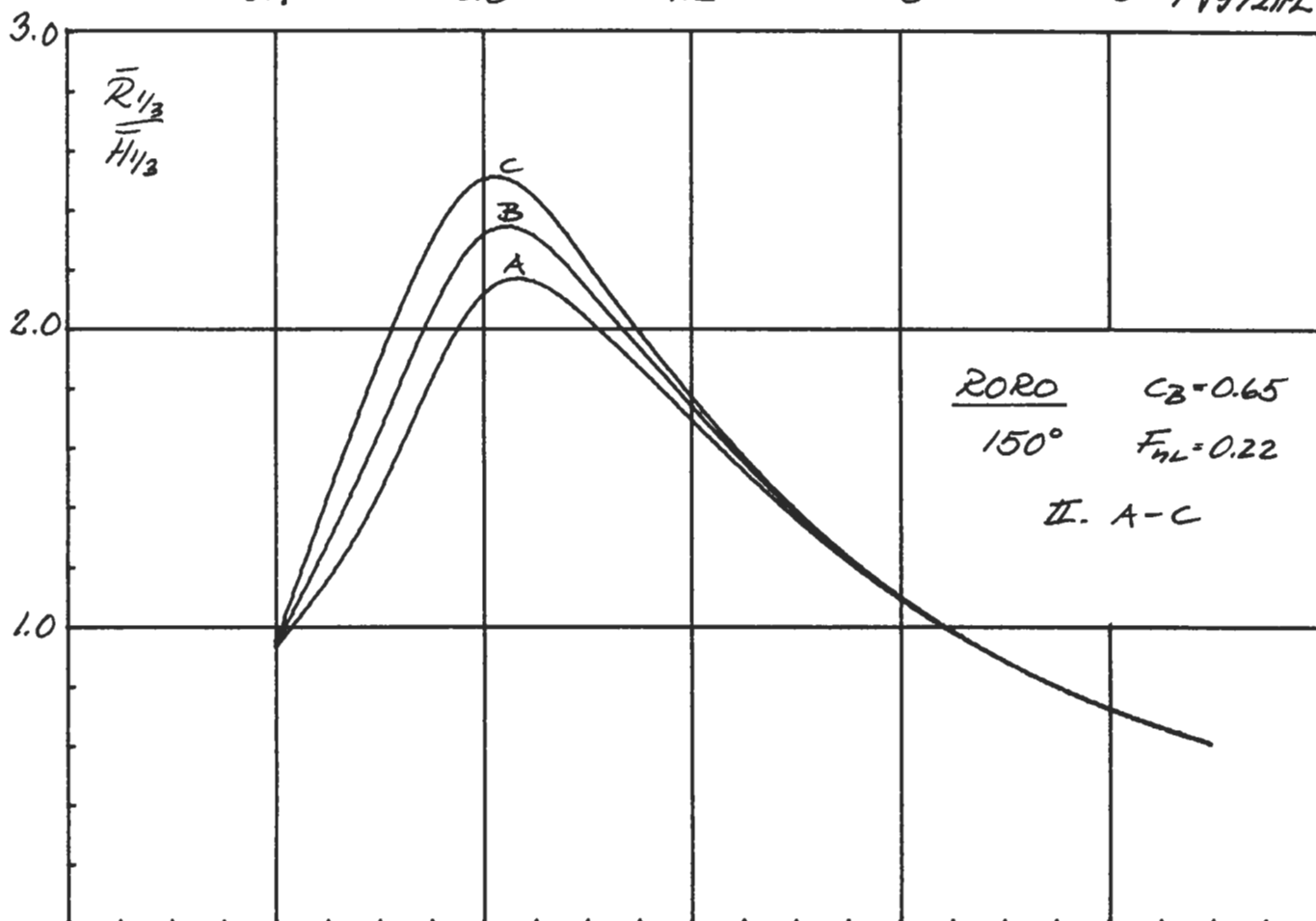
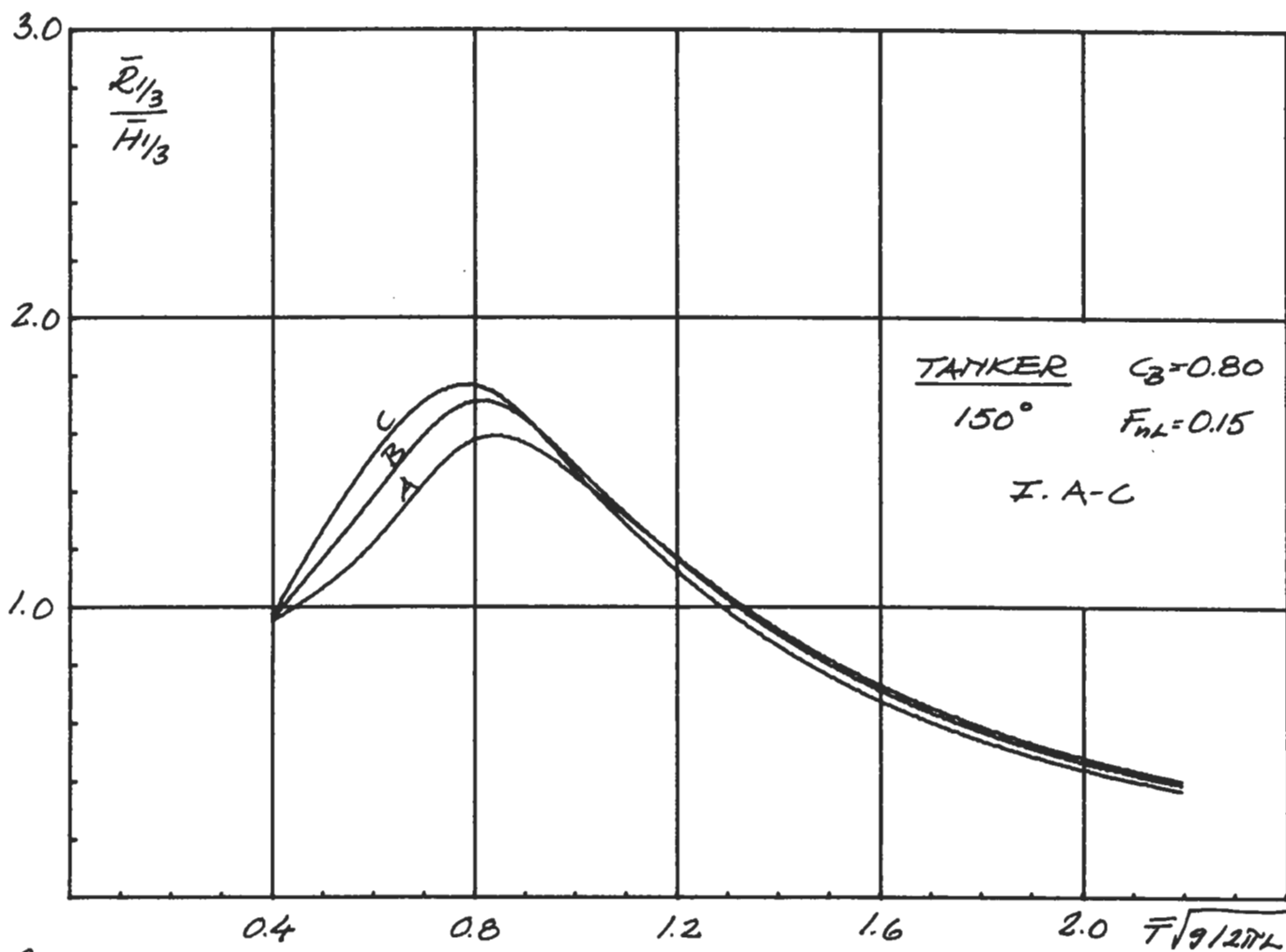
Relativ rörelse vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande vågriktning.



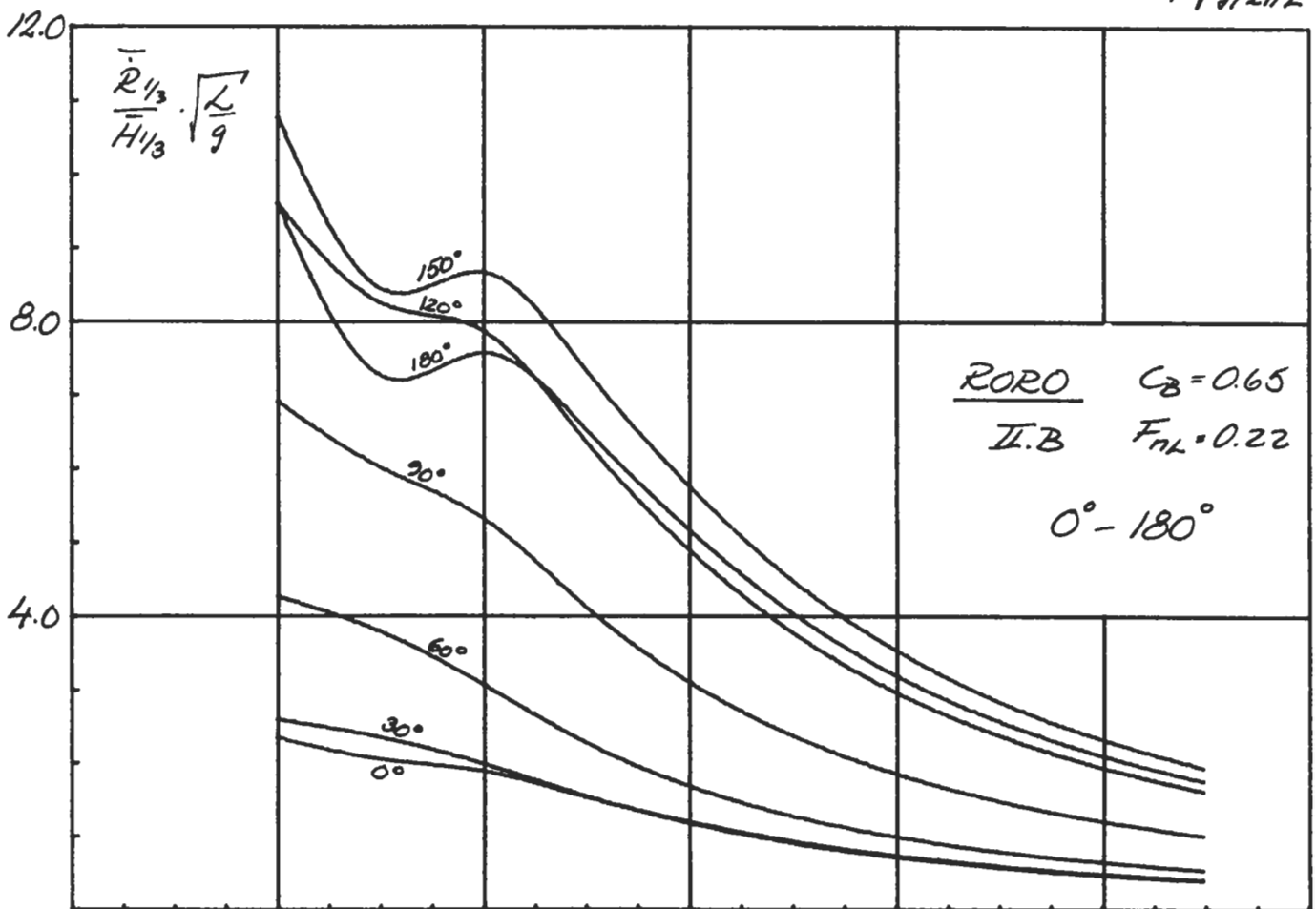
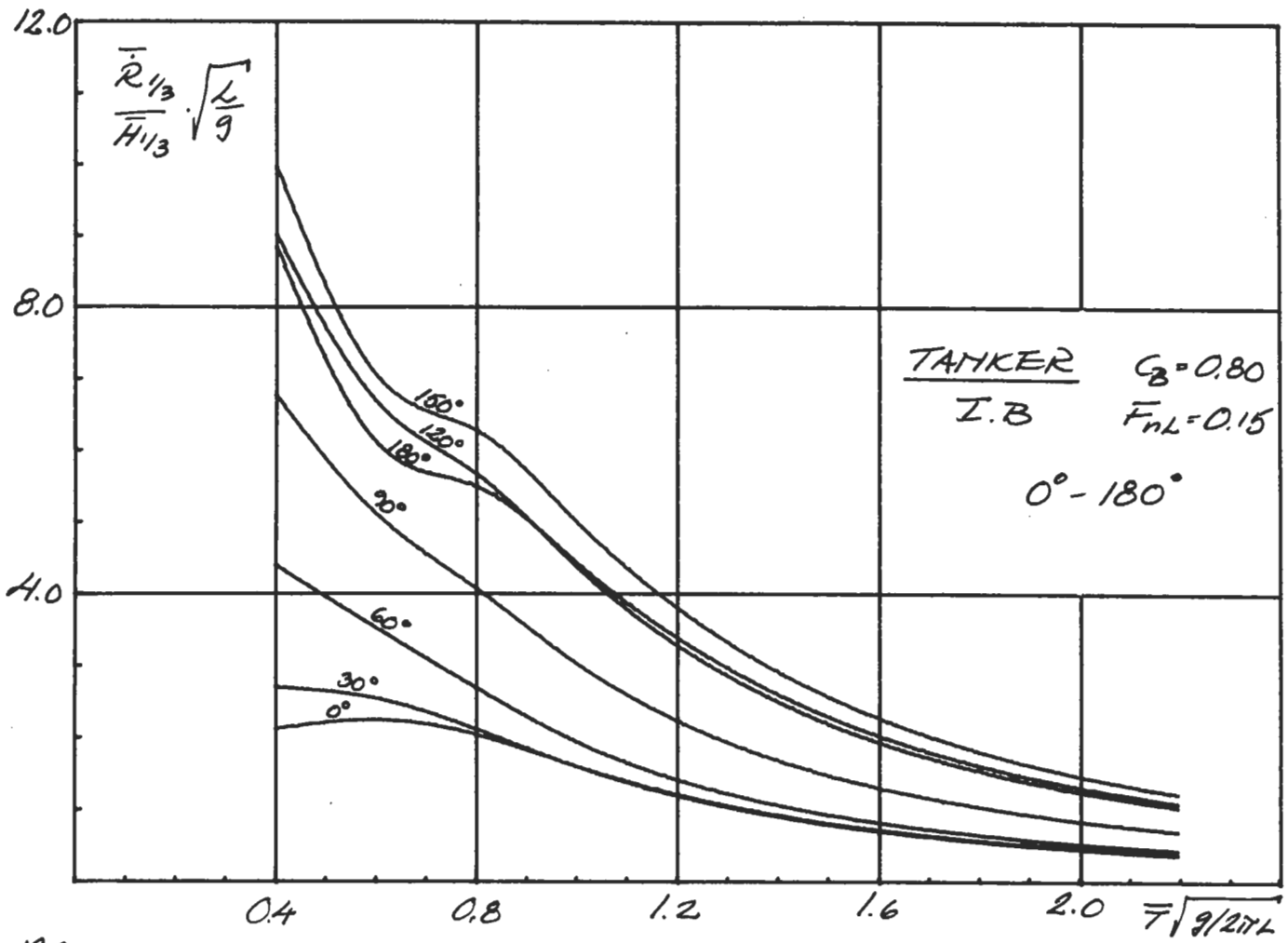
Relativ rörelse vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande fart.



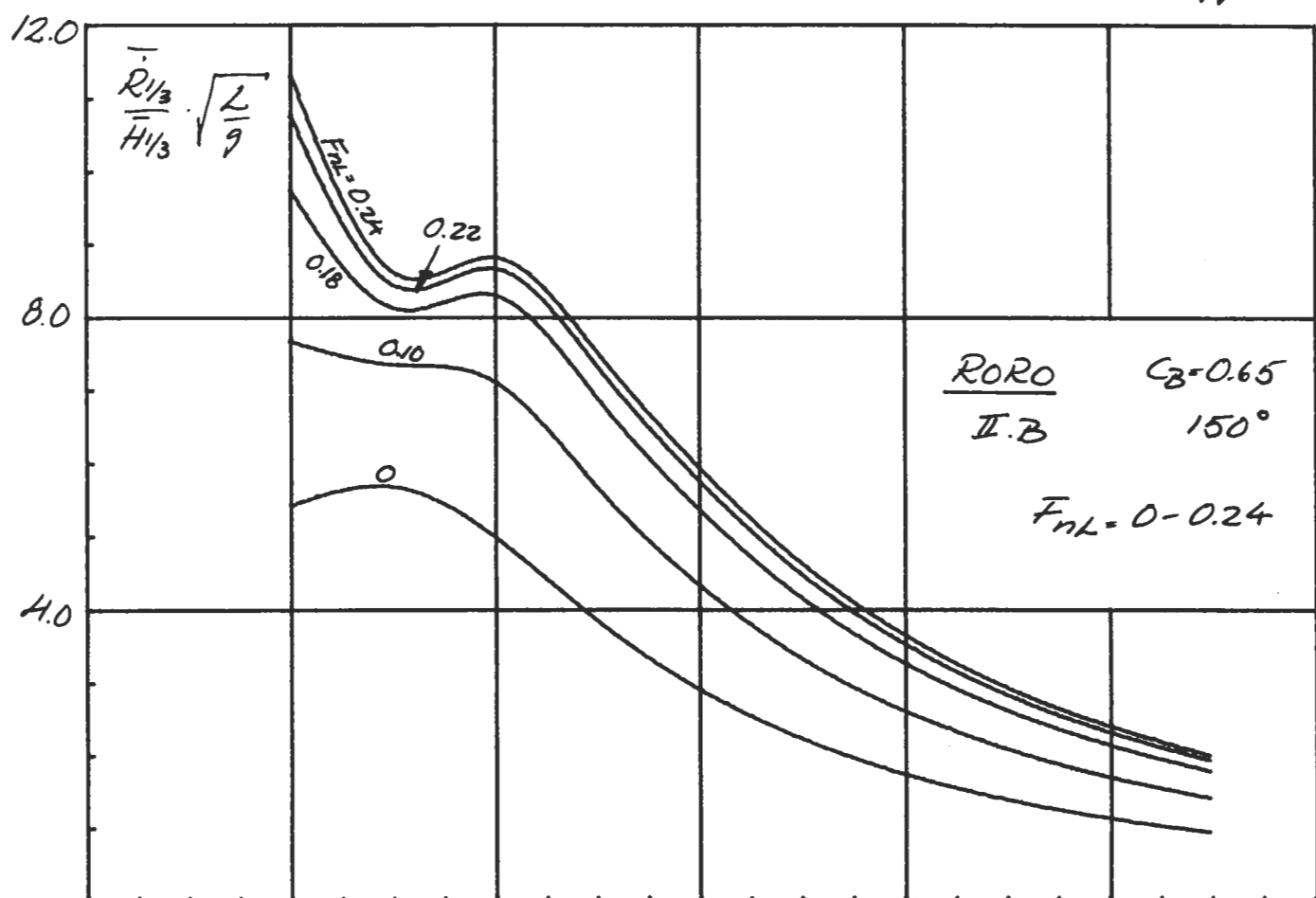
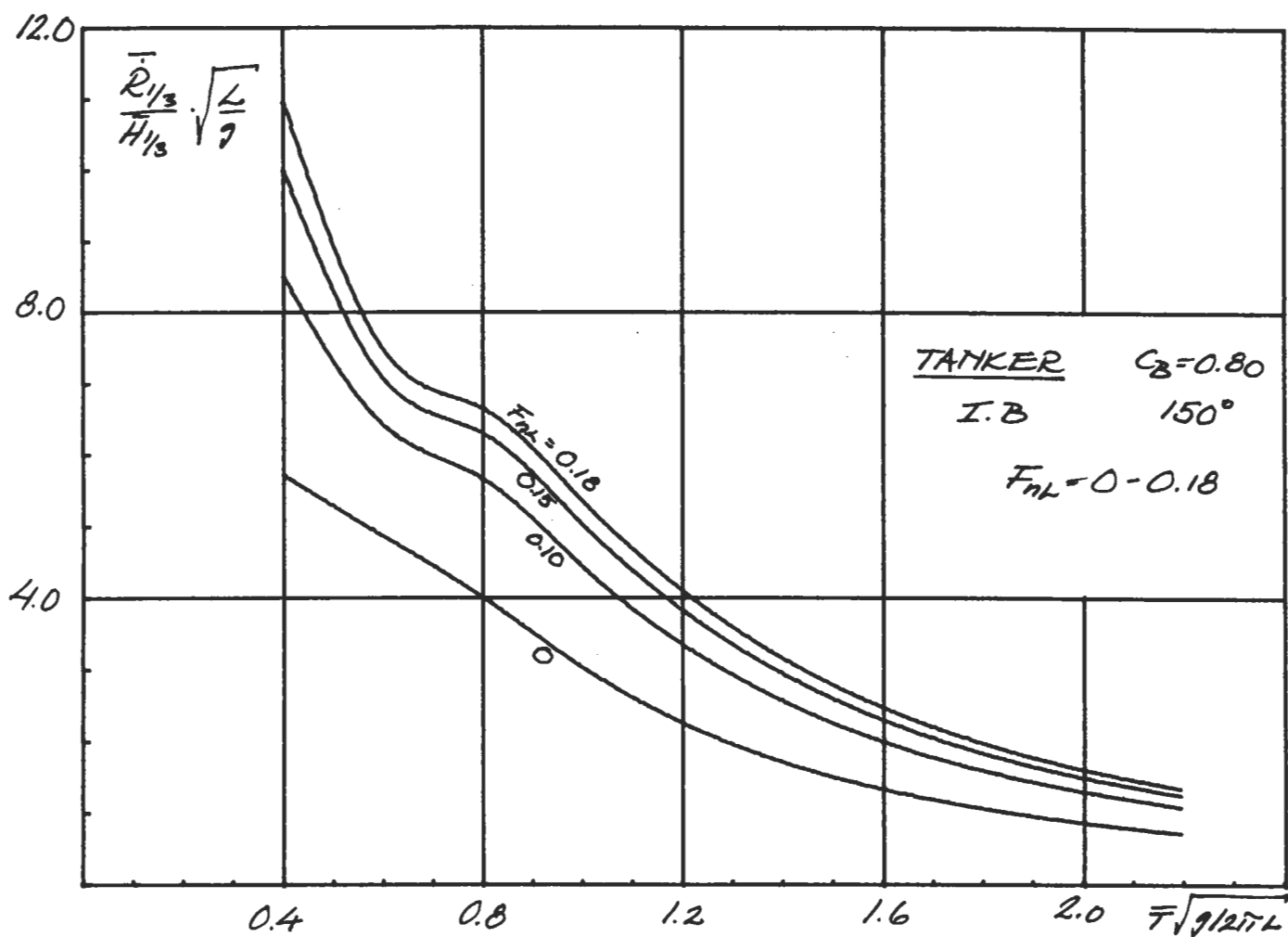
Relativ rörelse vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande slankhet.



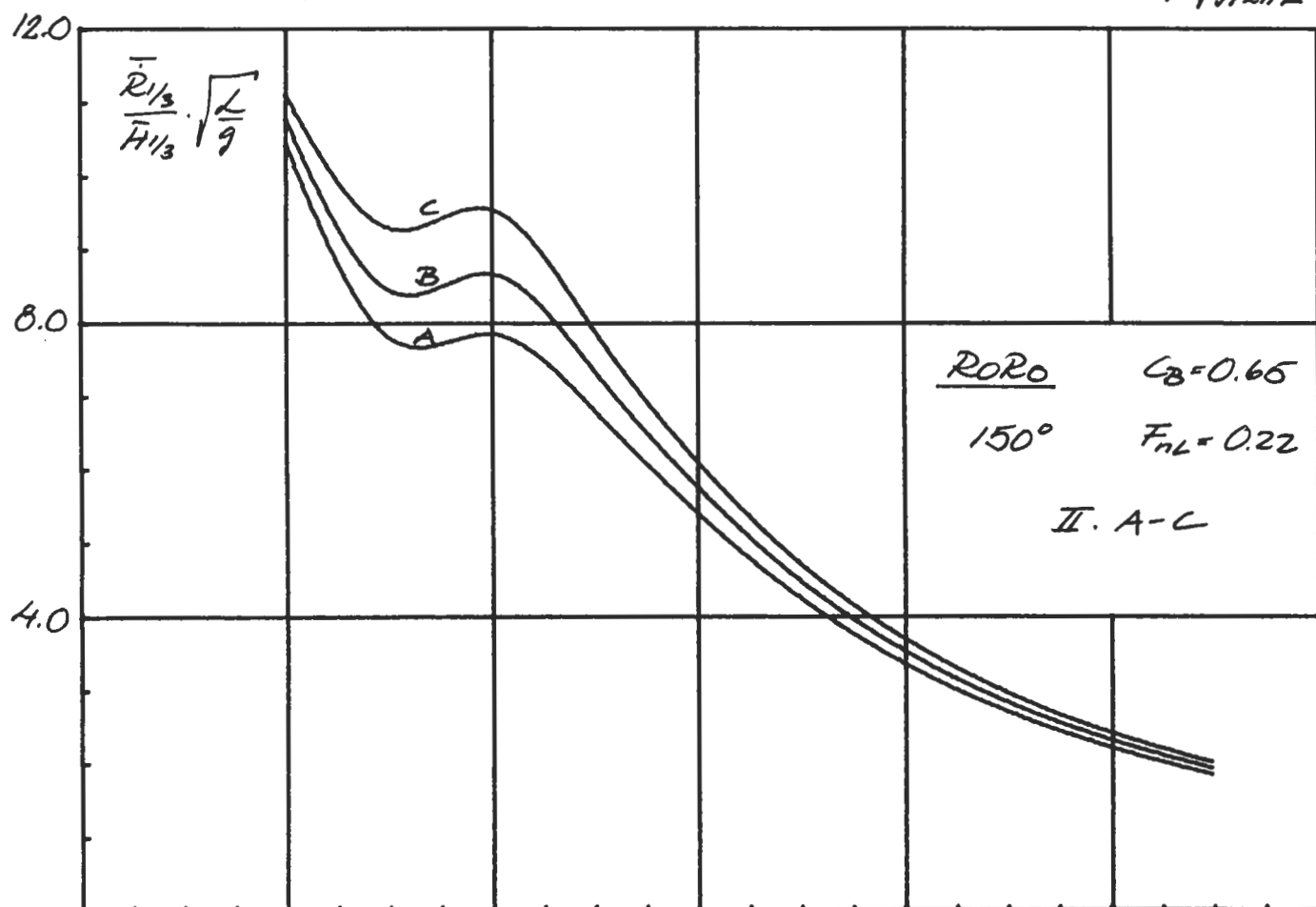
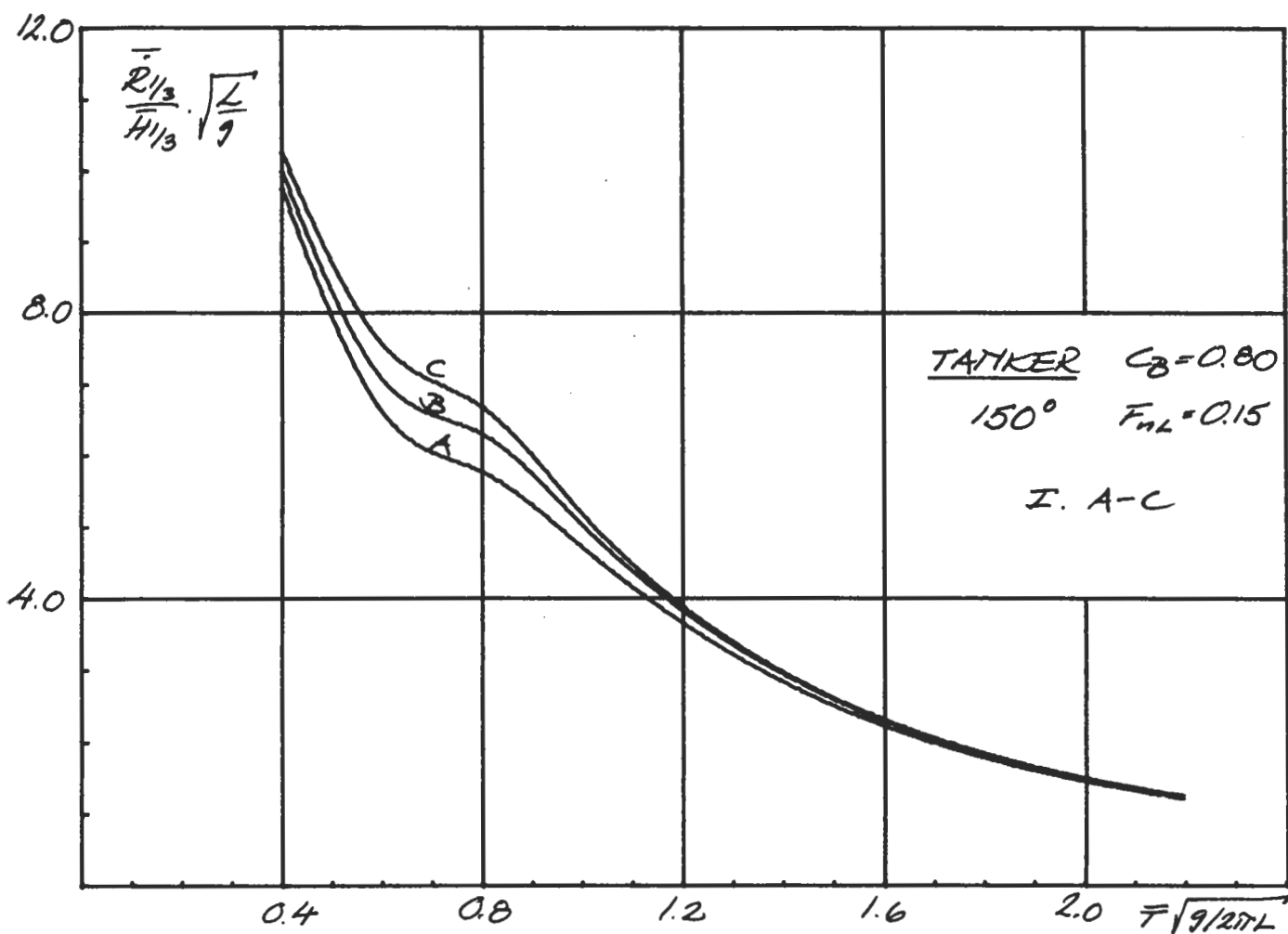
Relativ hastighet vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande vågriktning



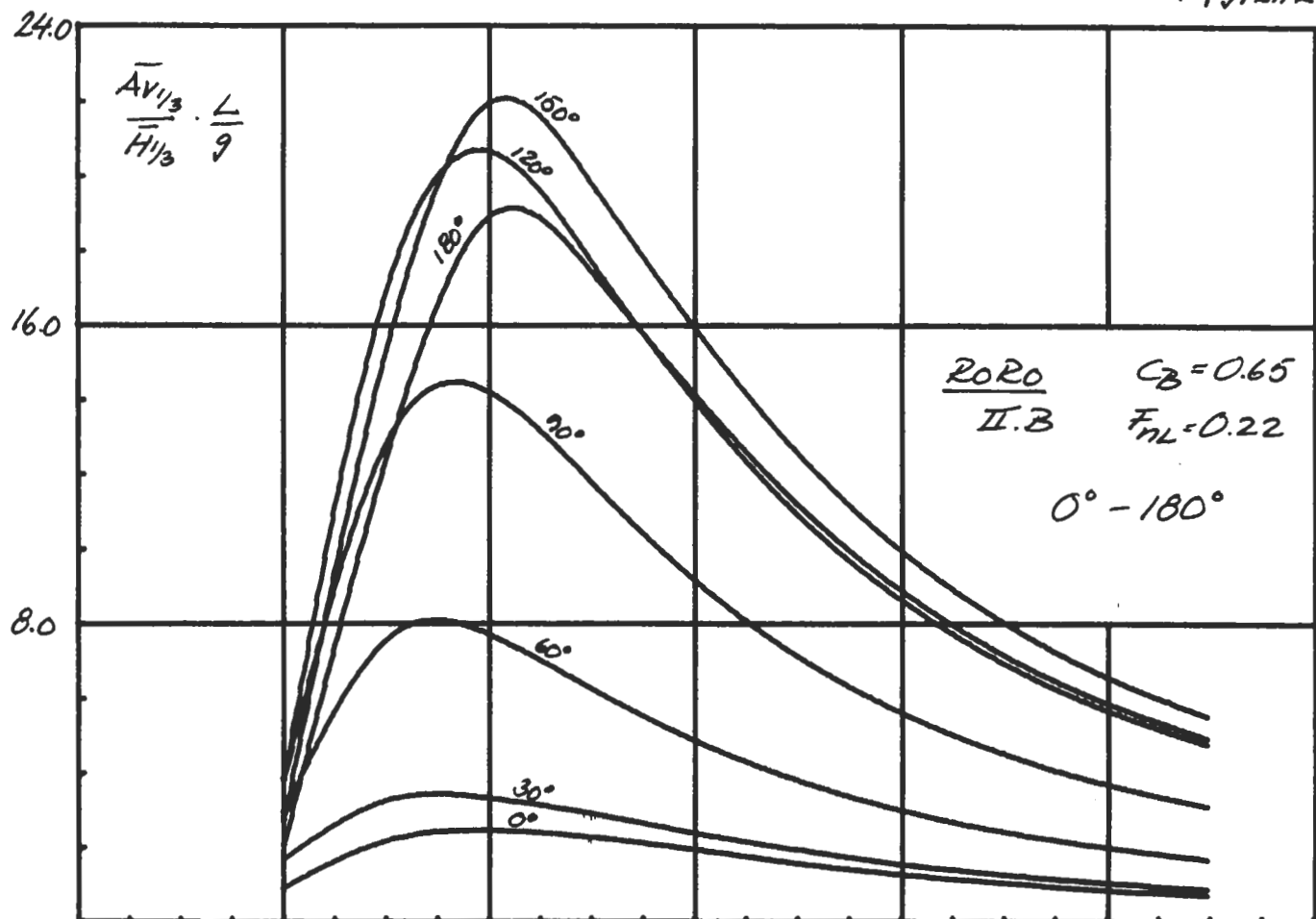
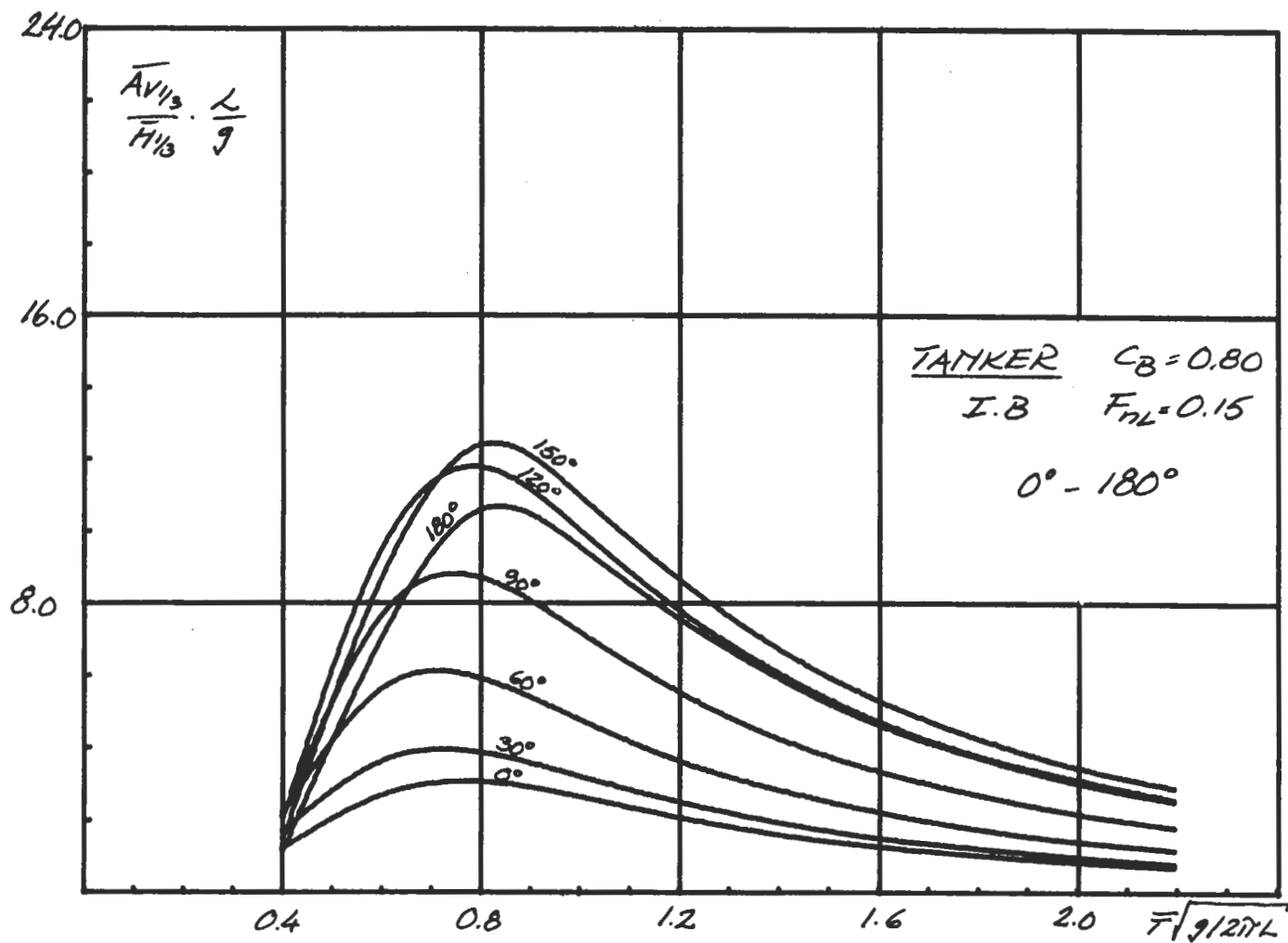
Relativ hastighet vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande fart.



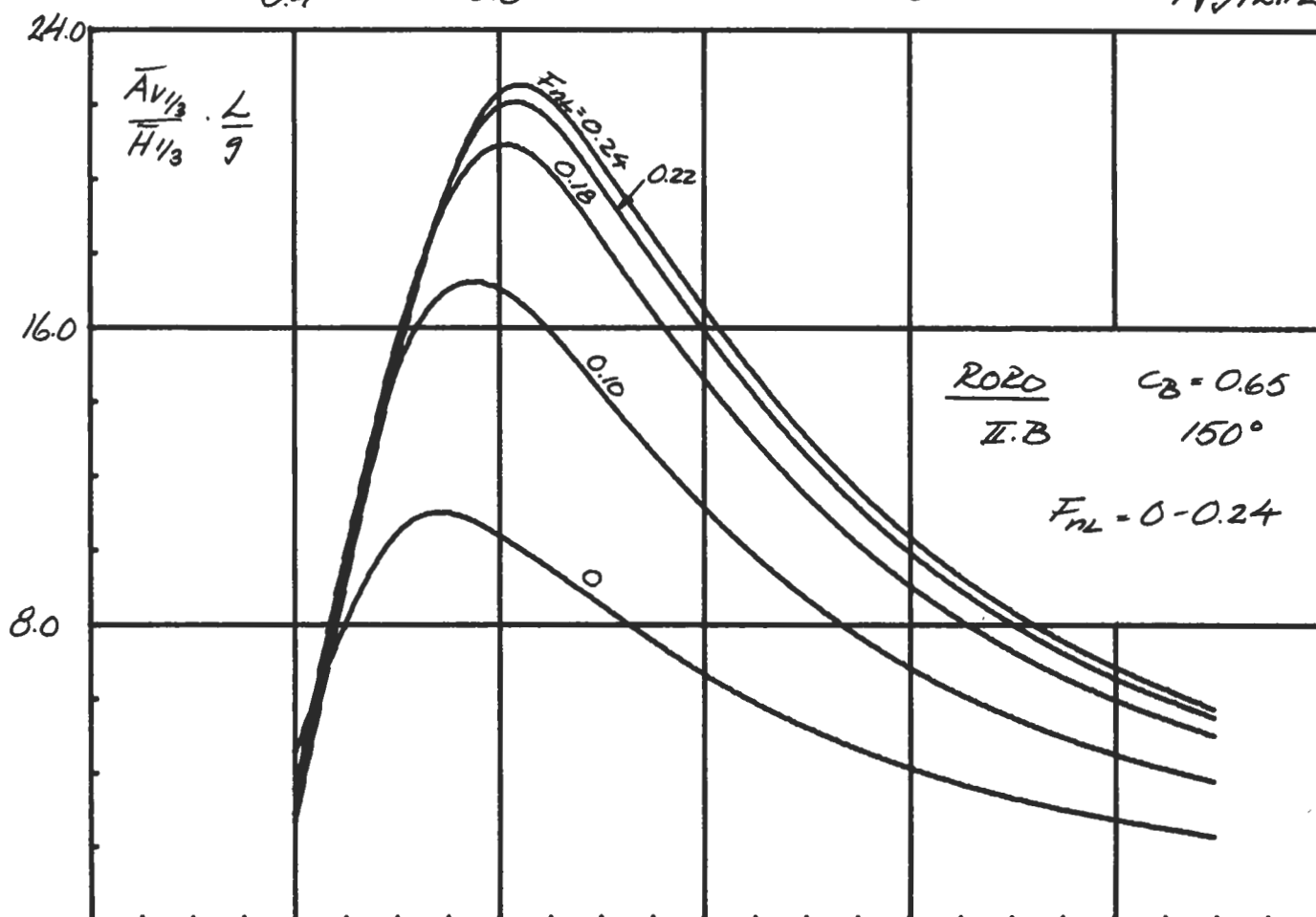
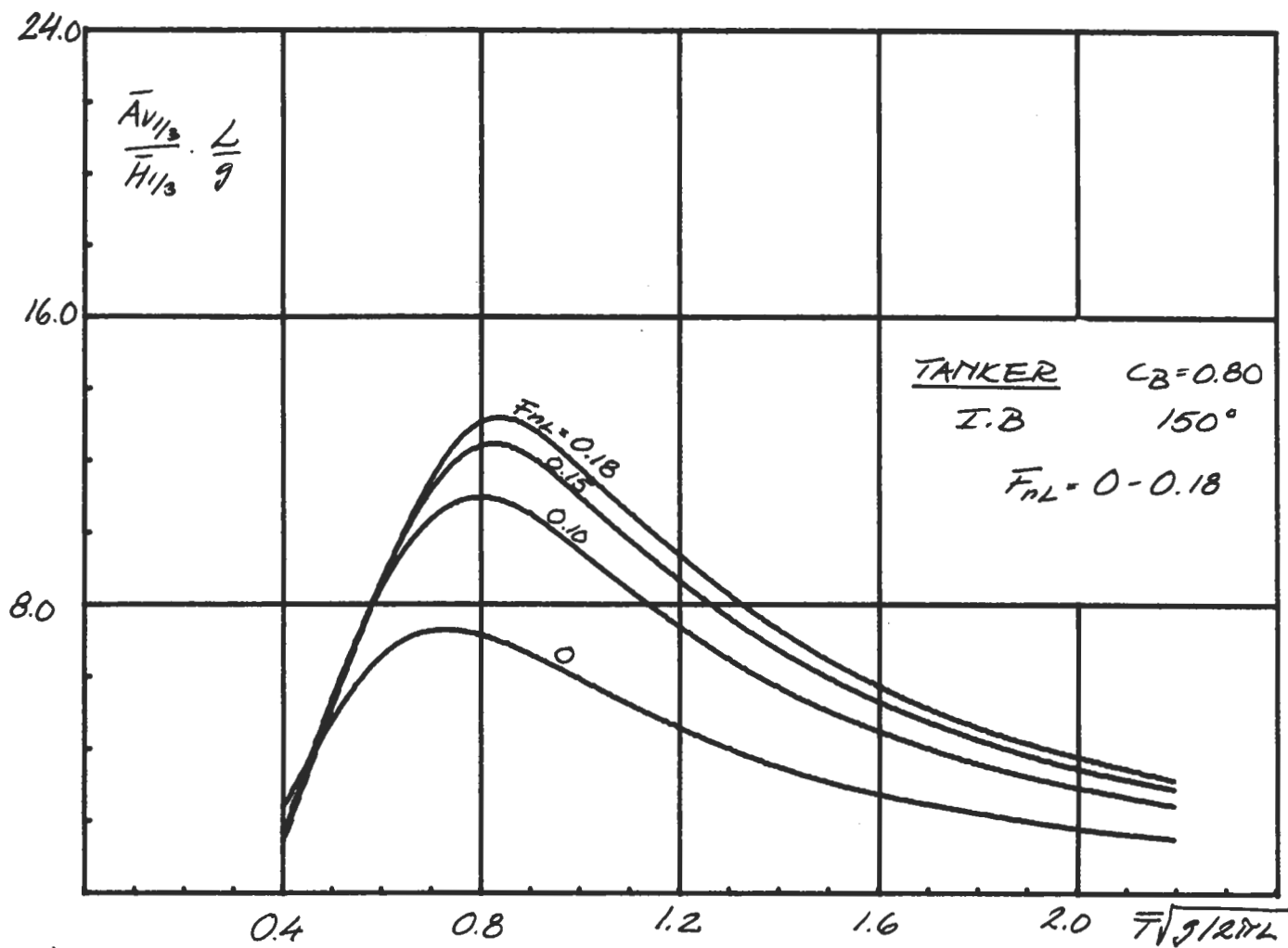
Relativ hastighet vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande slankhet.



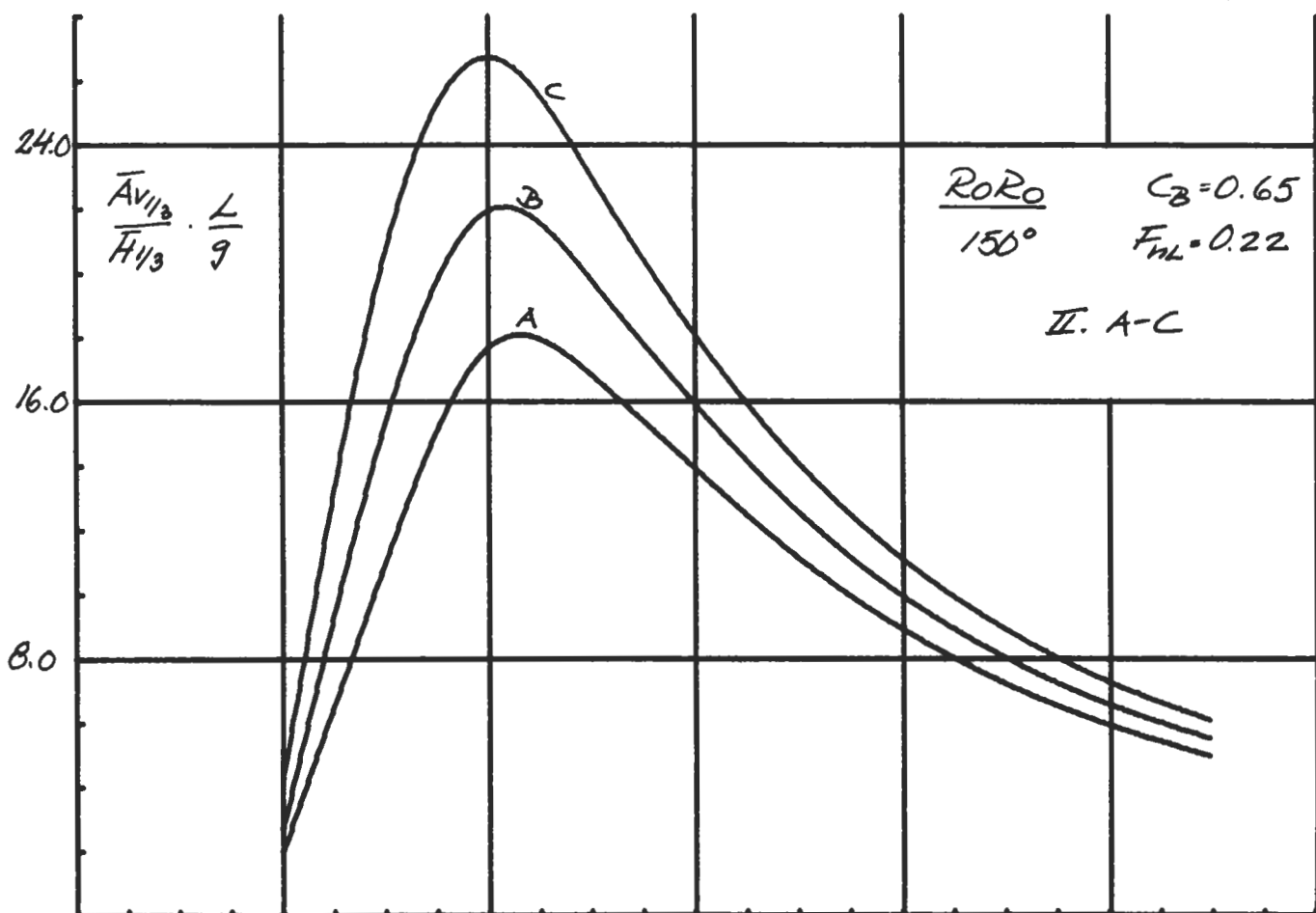
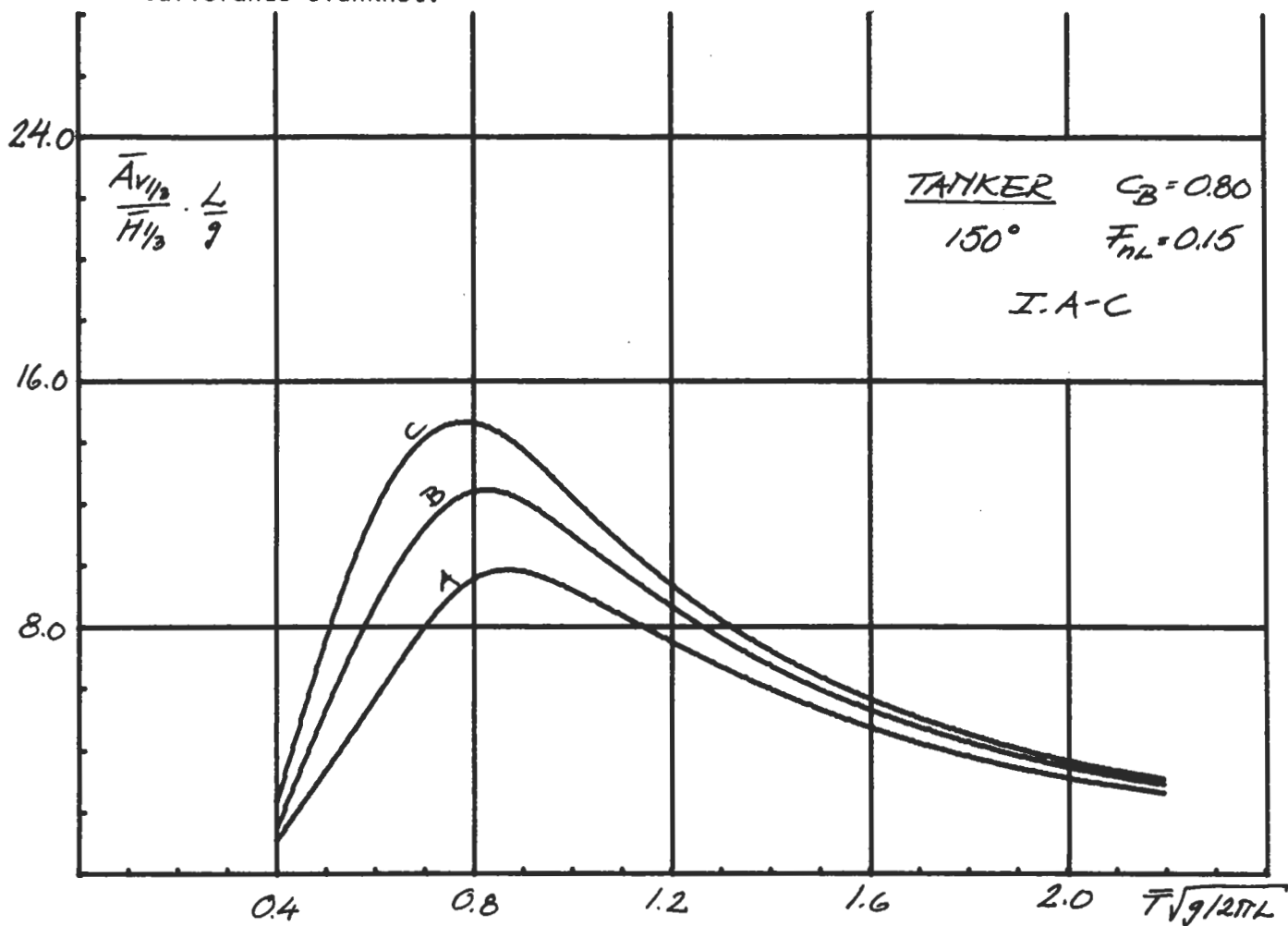
Vertikal acceleration vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande vågriktning.



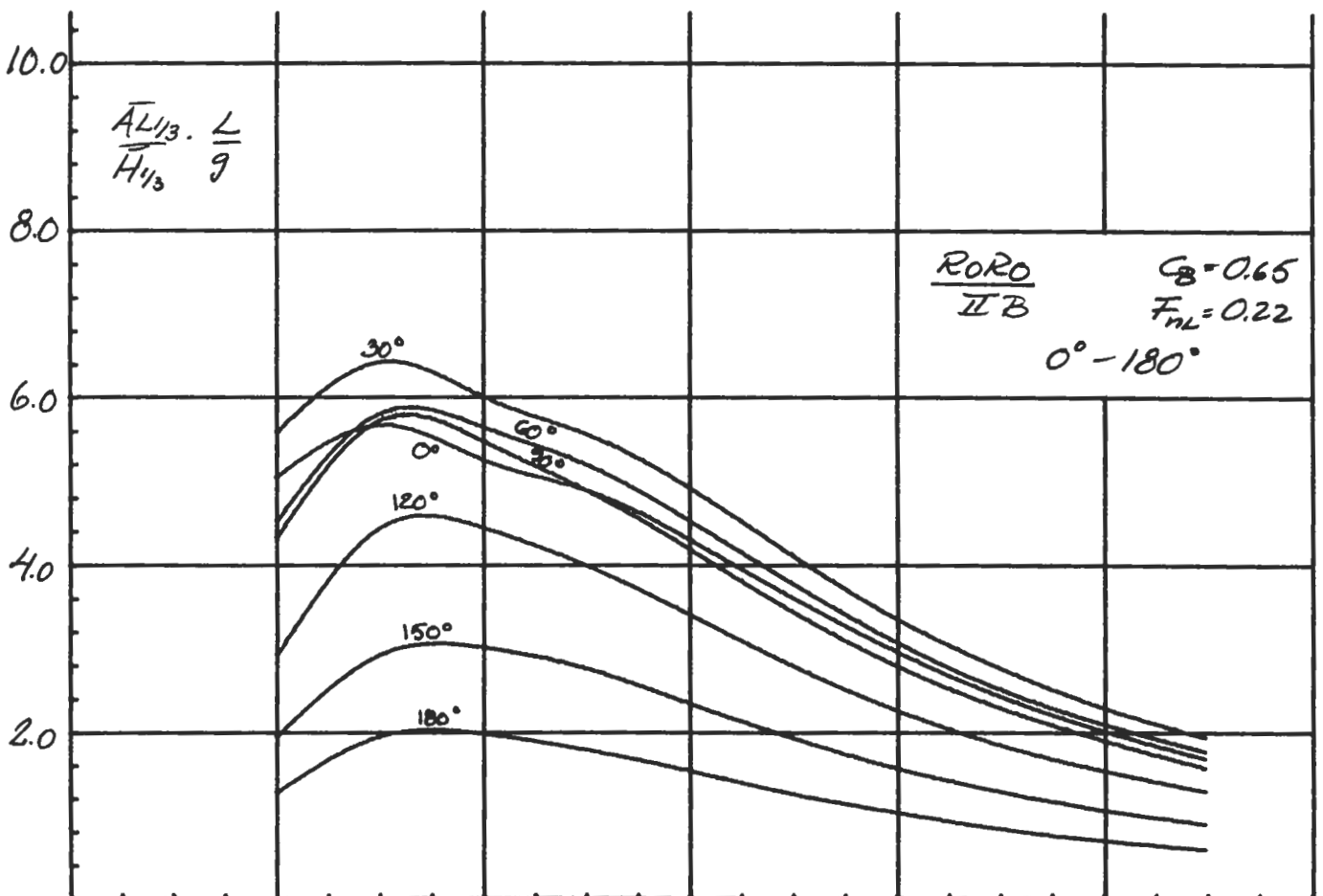
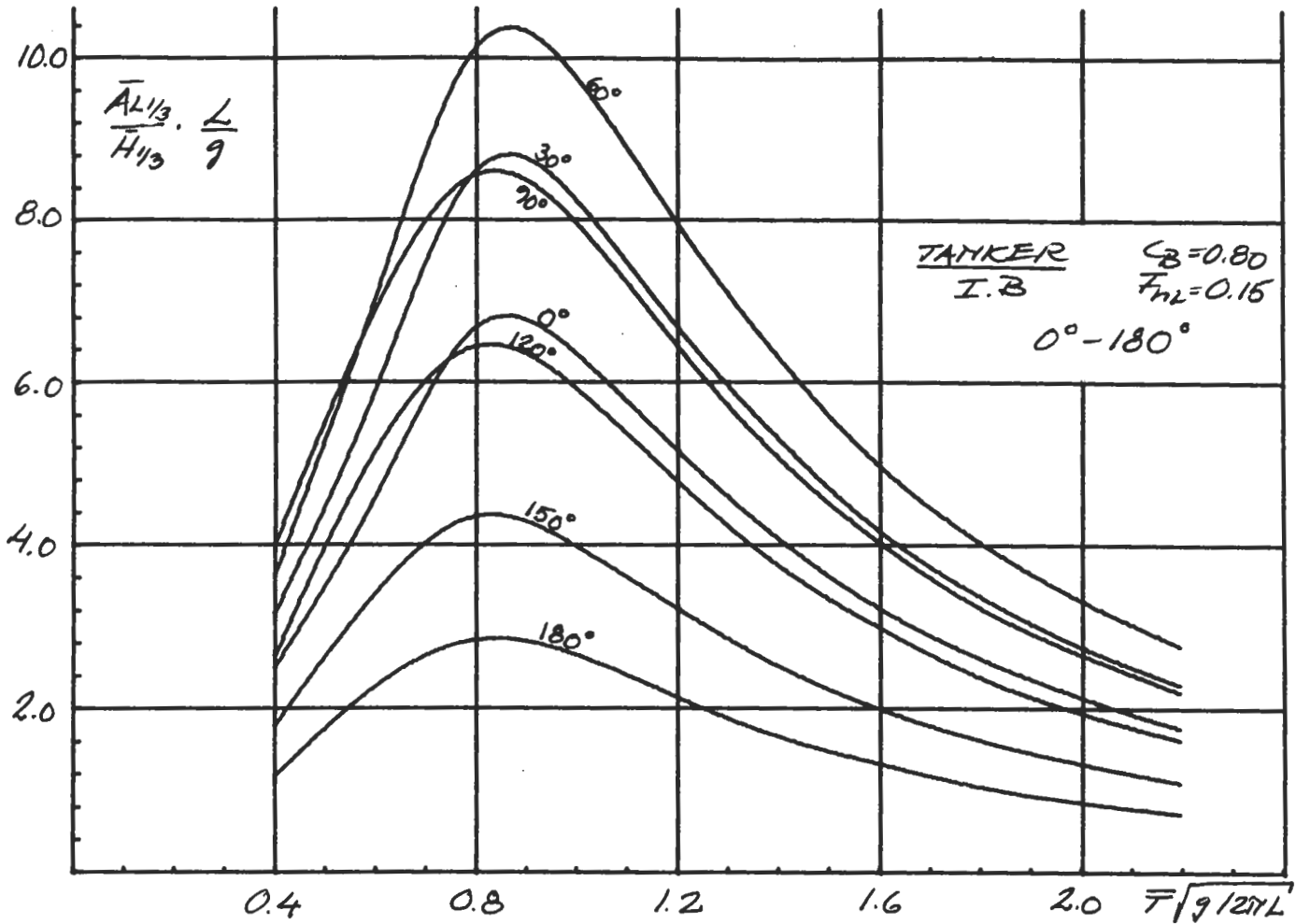
Vertikal acceleration vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
Varierande fart.



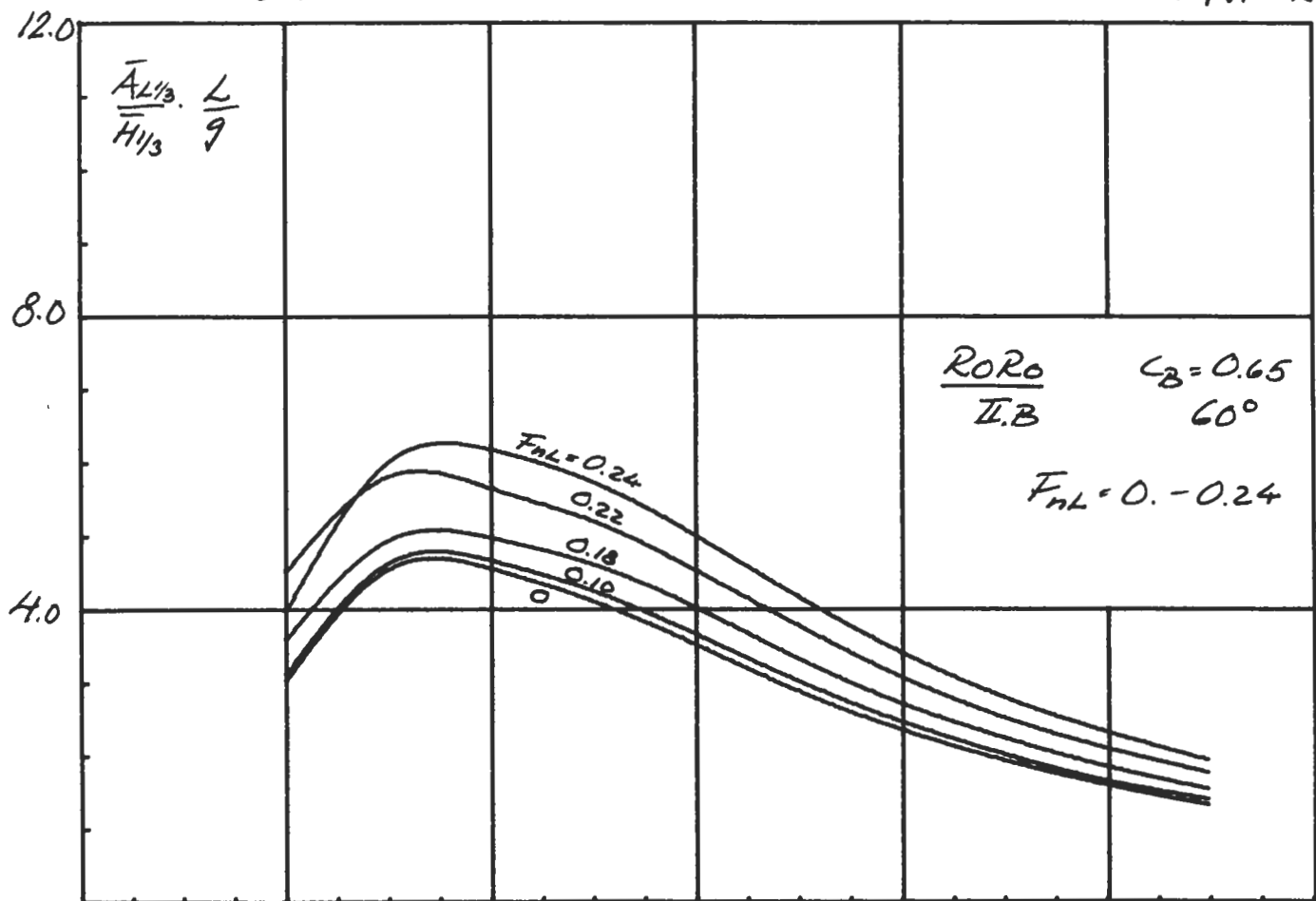
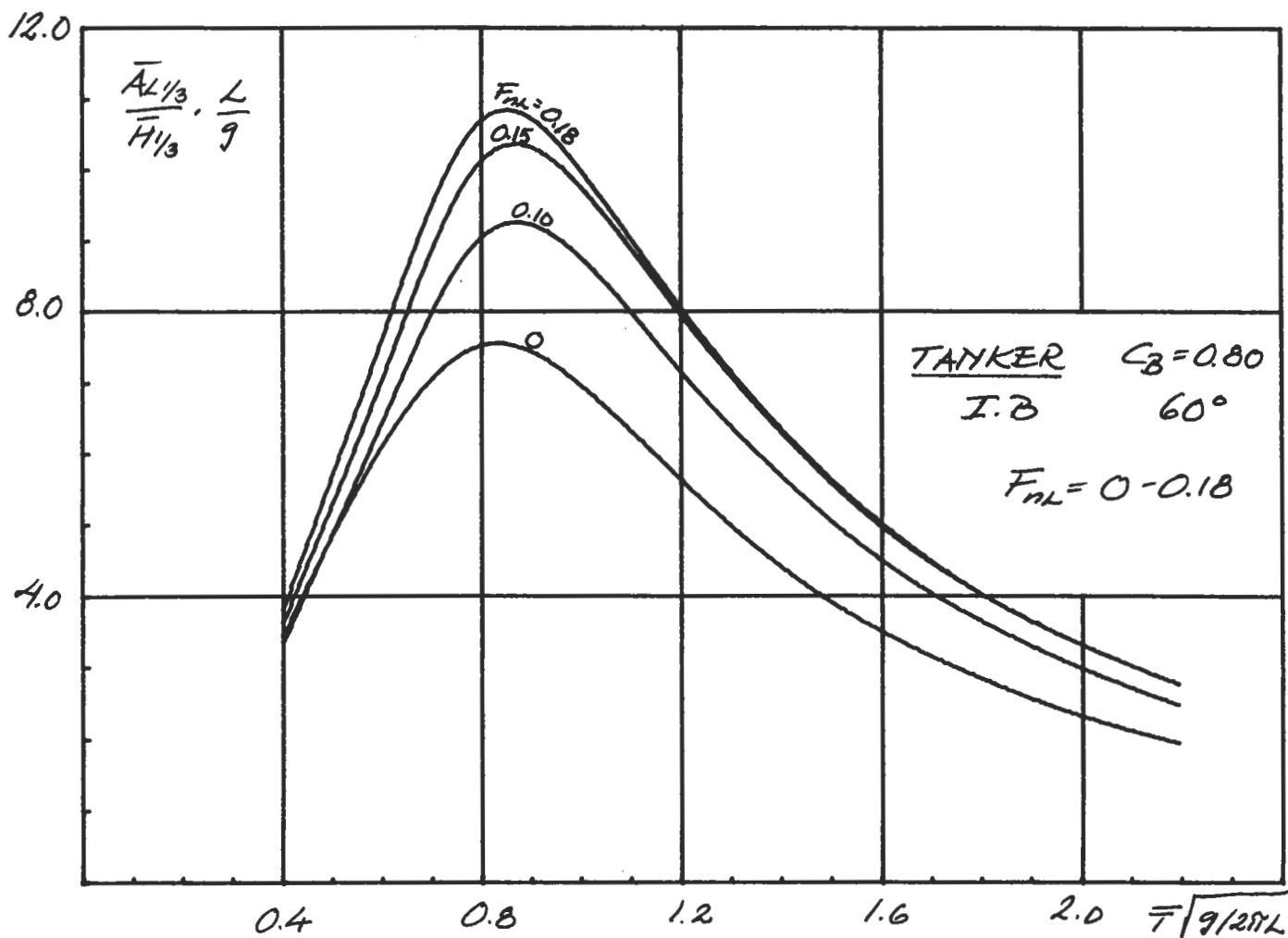
Vertikal acceleration vid FP i oregelbunden kortkammig sjö.
 Varierande slankhet.



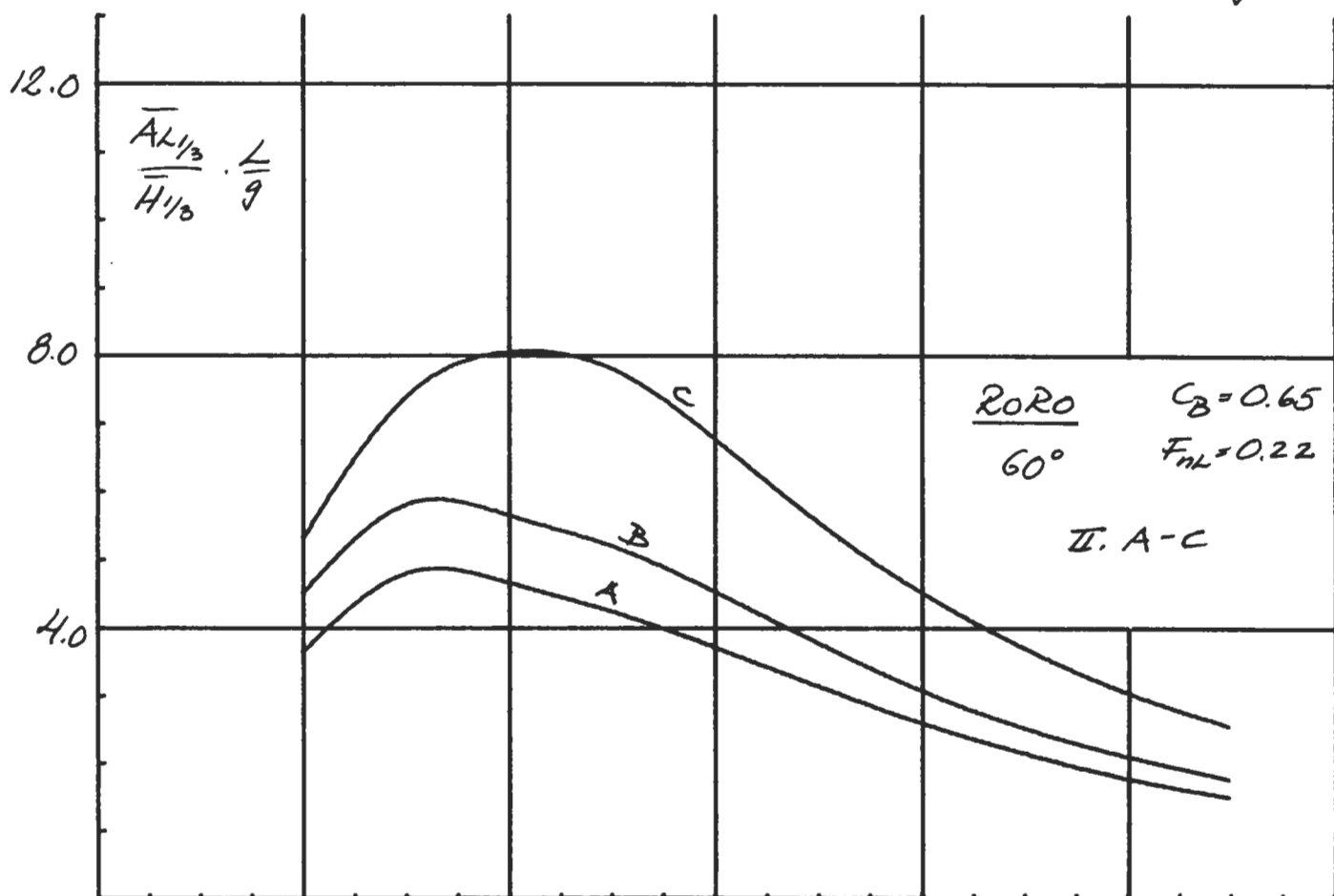
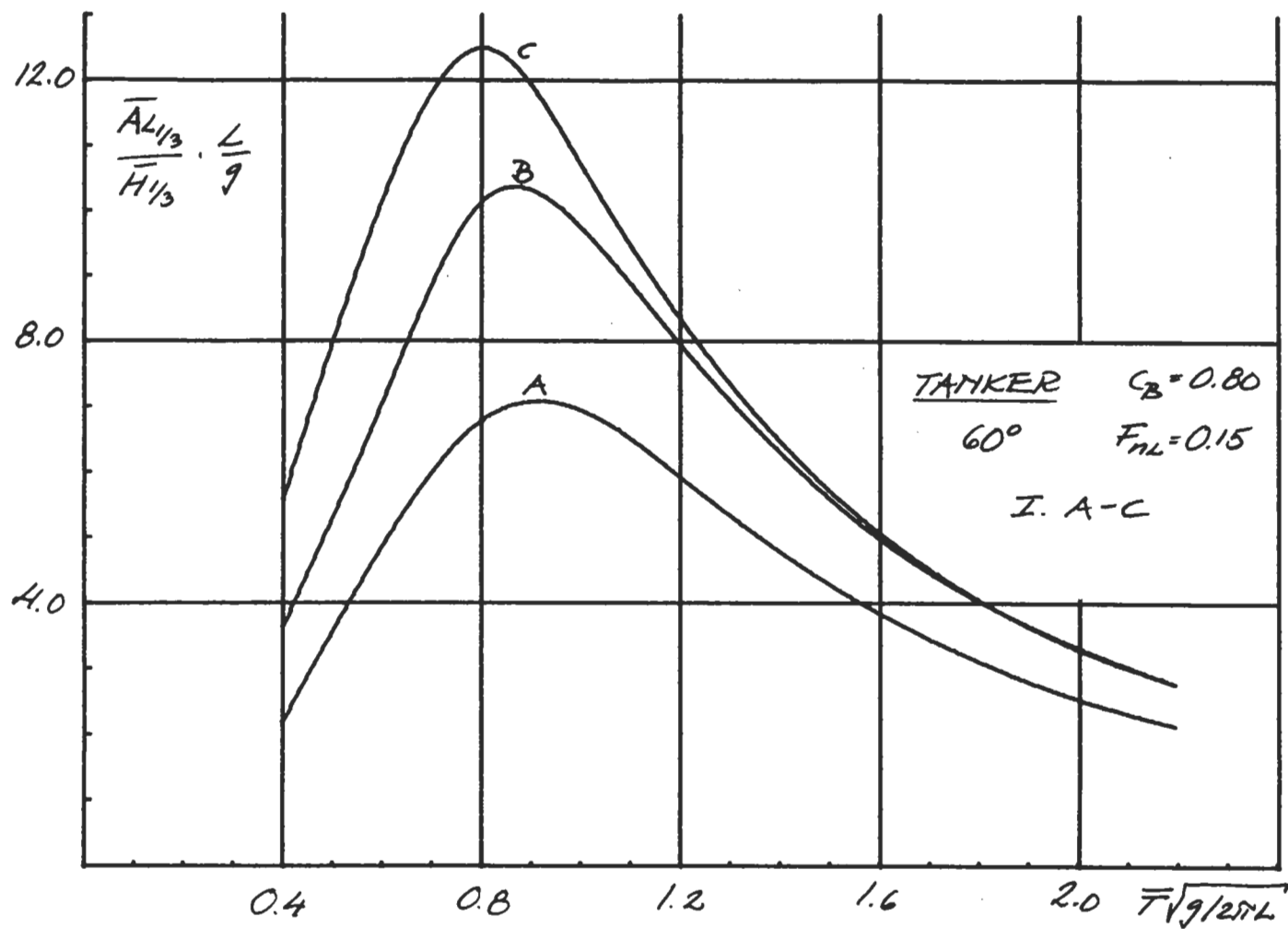
Lateral acceleration på bryggan (25 m över G) i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande vågriktning



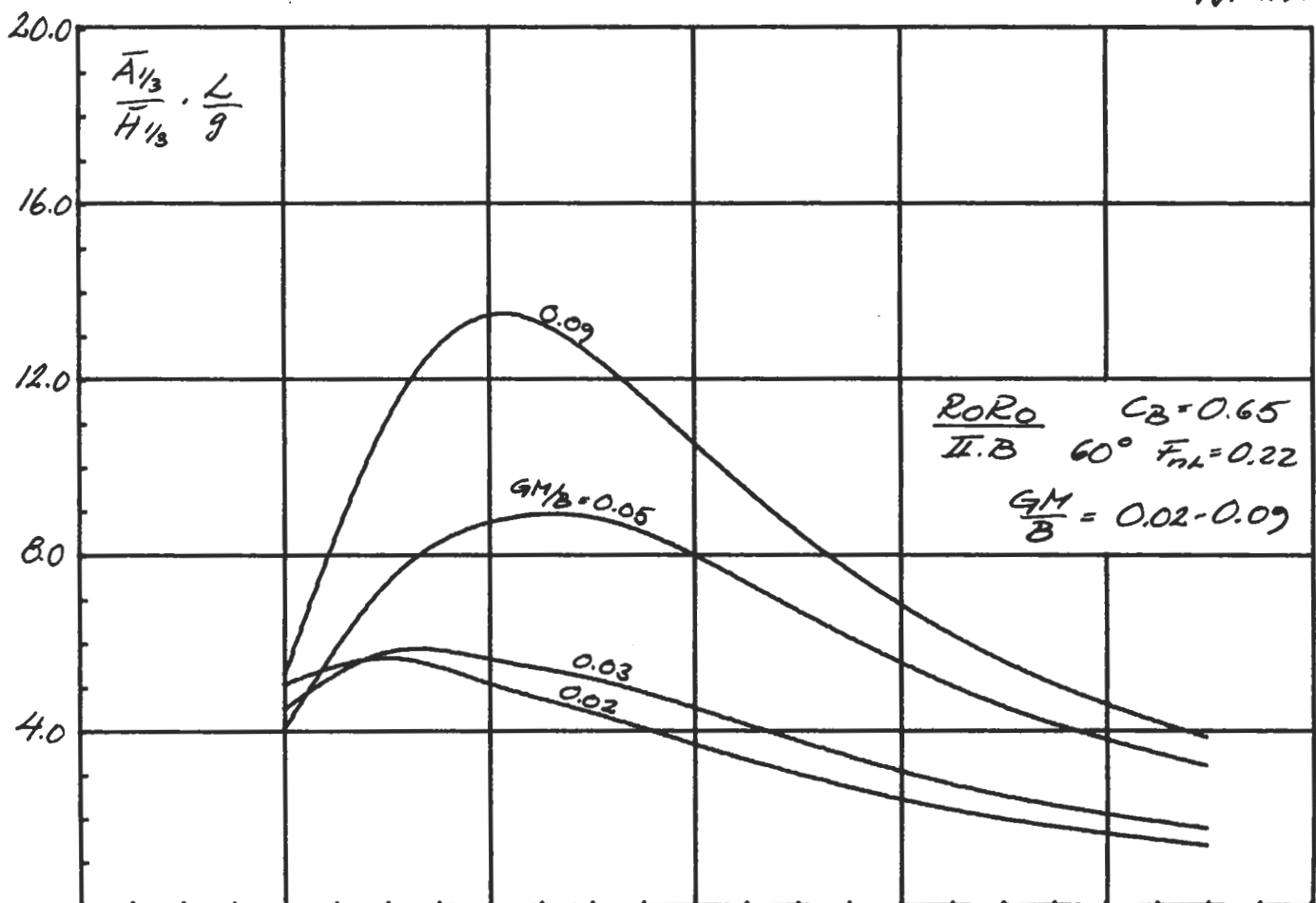
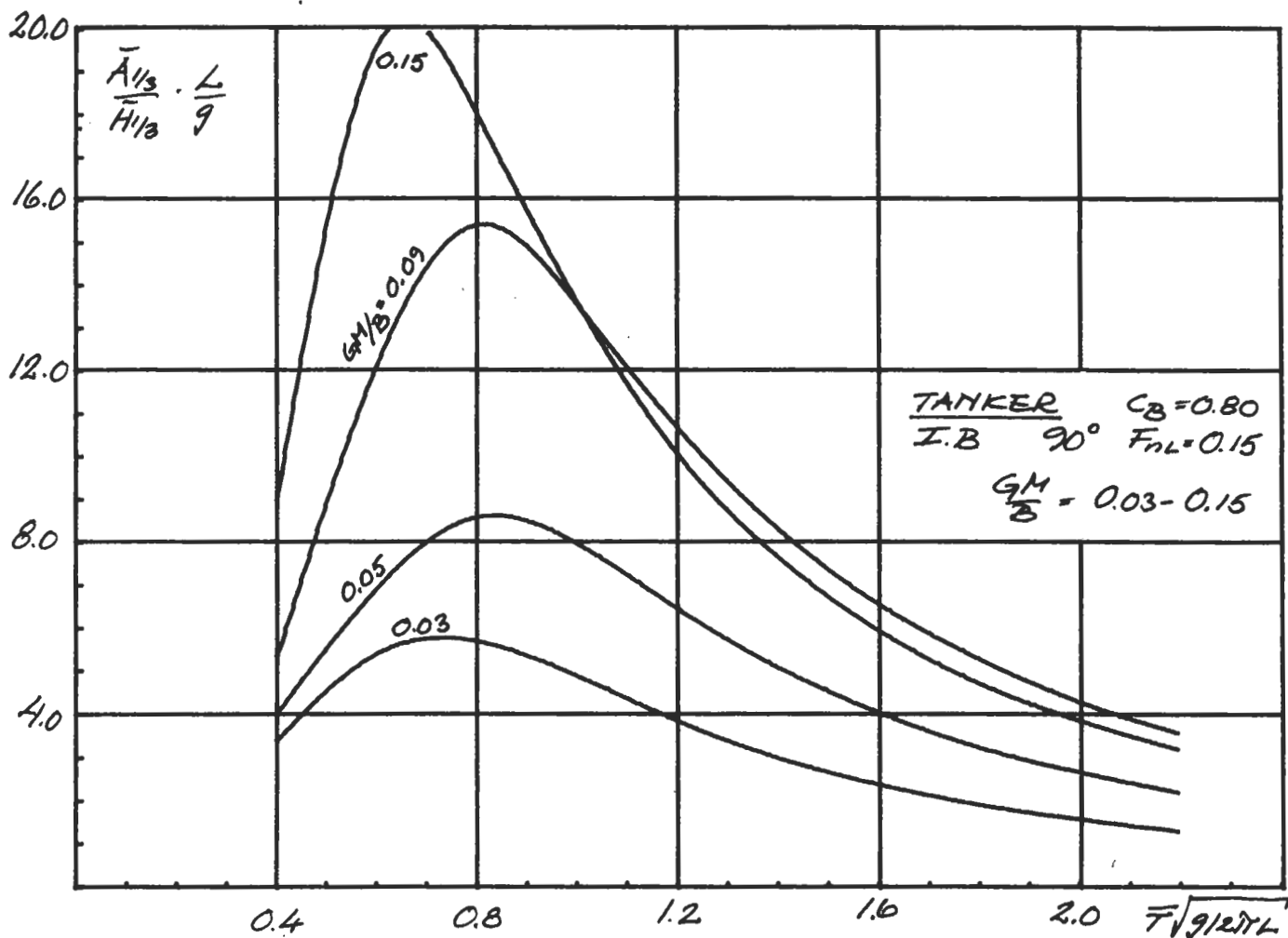
Lateral acceleration på bryggan (25 m över G) i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande fart



Lateral acceleration på bryggan (25 m över G) i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande slankhet.

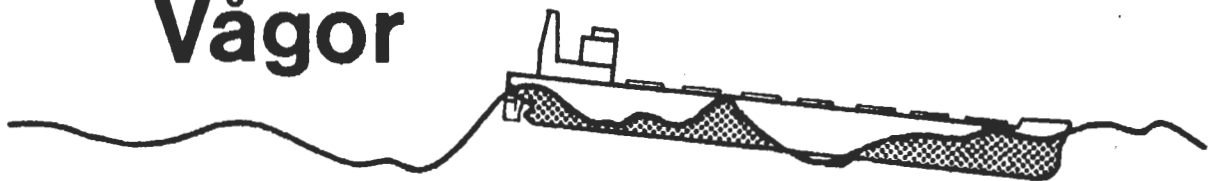


Lateral acceleration på bryggan (25 m över G) i oregelbunden kortkammig sjö. Varierande GM.



Statistiska metoder
för beräkning av:

Vågor



och Gensvar

Appendix B:

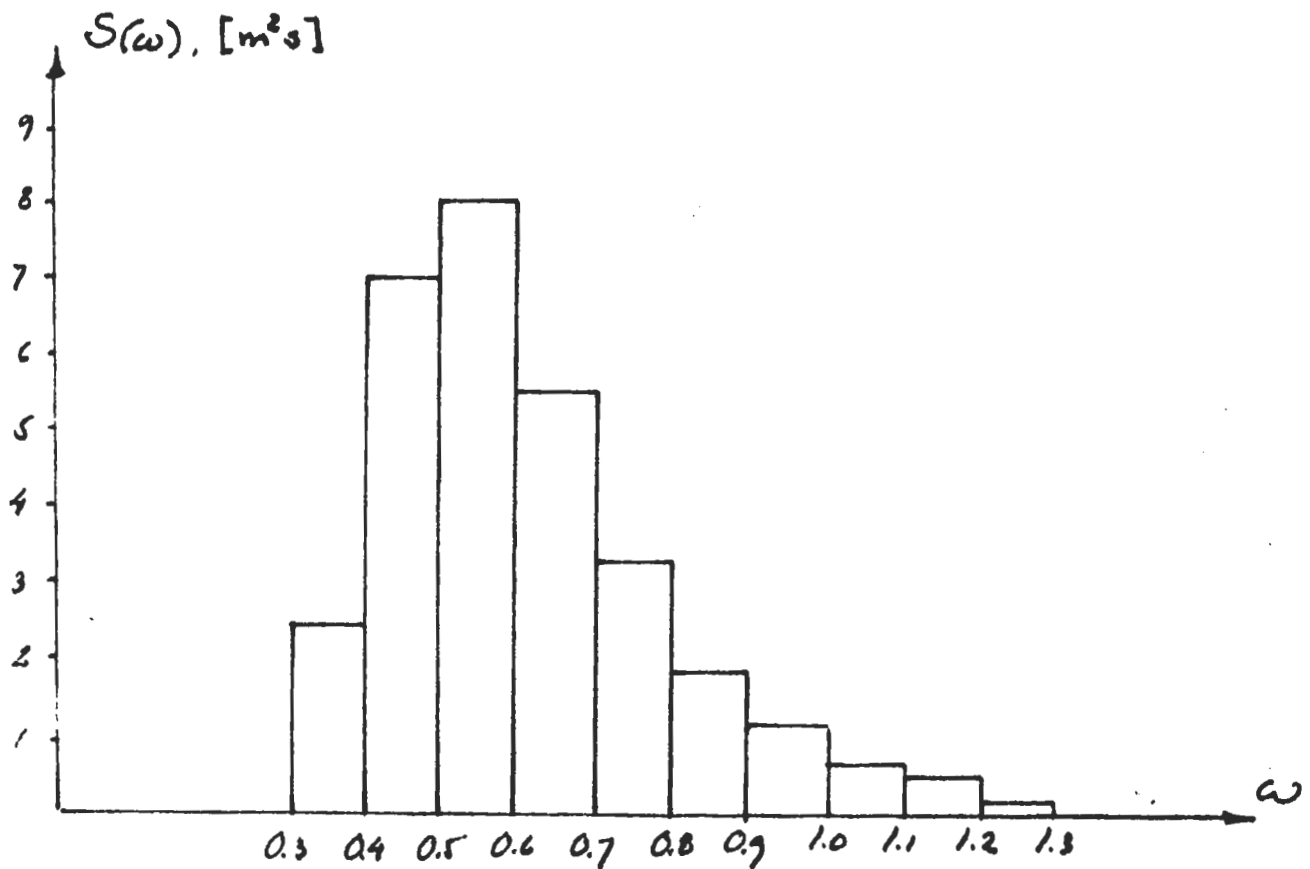
Beräkningsexempel

Mikael Huss

KTH 1983

Ex. 3.1

Ett vågenergispektrum enligt fig. har uppmätts under 1 tim för ett approximativt stationärt sjöstillstånd



- Beräkna bandbredden för spektrumet
- Beräkna den Rayleighparameter som bäst anpassar en Rayleighfördelning till våghöjderna
- Beräkna signifikant våghöjd med - resp utan hänsyn till bandbredden
- Beräkna medelperiod T_0

Ex. 3.2

- a) Beräkna den mest sannolika största våghöjd som uppträder på en given punkt i ett sjötillstånd definierat av $\bar{H}_{1/3} = 6\text{m}$
 $\bar{T} = 8\text{ s}$ under en tidsrymd av $1\frac{1}{2}$ tim.
- b) Hur stor är sannolikheten (risken) att en våghöjd, som är 1.3 ggr större än den mest sannolika, uppträder?
- c) Vilken största våghöjd förväntas överskridas med sannolikheten 0.001?

Kap. 4

Ex. 4.1 En stationär marin konstruktion dimensioneras för maximalt svåra sjötillstånd med olika medelperioder.

- Beräkna ur (4.64) den största signifikanta våghöjd som man behöver dimensionera för vid medelperioden $\bar{T} = 8$ s.
- Rita ett spektrum av P-M typ för det dimensionerande sjötillståndet.
- Rita ett medel JONSWAP-spektrum för samma signifikanta våghöjd och samma "pik-frekvens" ω_m .
- Har spektrumen enl b) och c) samma medelperiod \bar{T} ?

Ex. 4.2

Beräkna och rita upp långtidsfördelningen av enskilda våghöjder för norra Nordatlanten. Använd vågstatistiken i kompendiets fig 4.13.

Ex. 4.3

För ett visst havsområde är de mest sannolika våghöjderna fördelade enligt en långtidsfördelning

$$Q(H) = e^{-\left(\frac{H}{2}\right)^{1.2}}$$

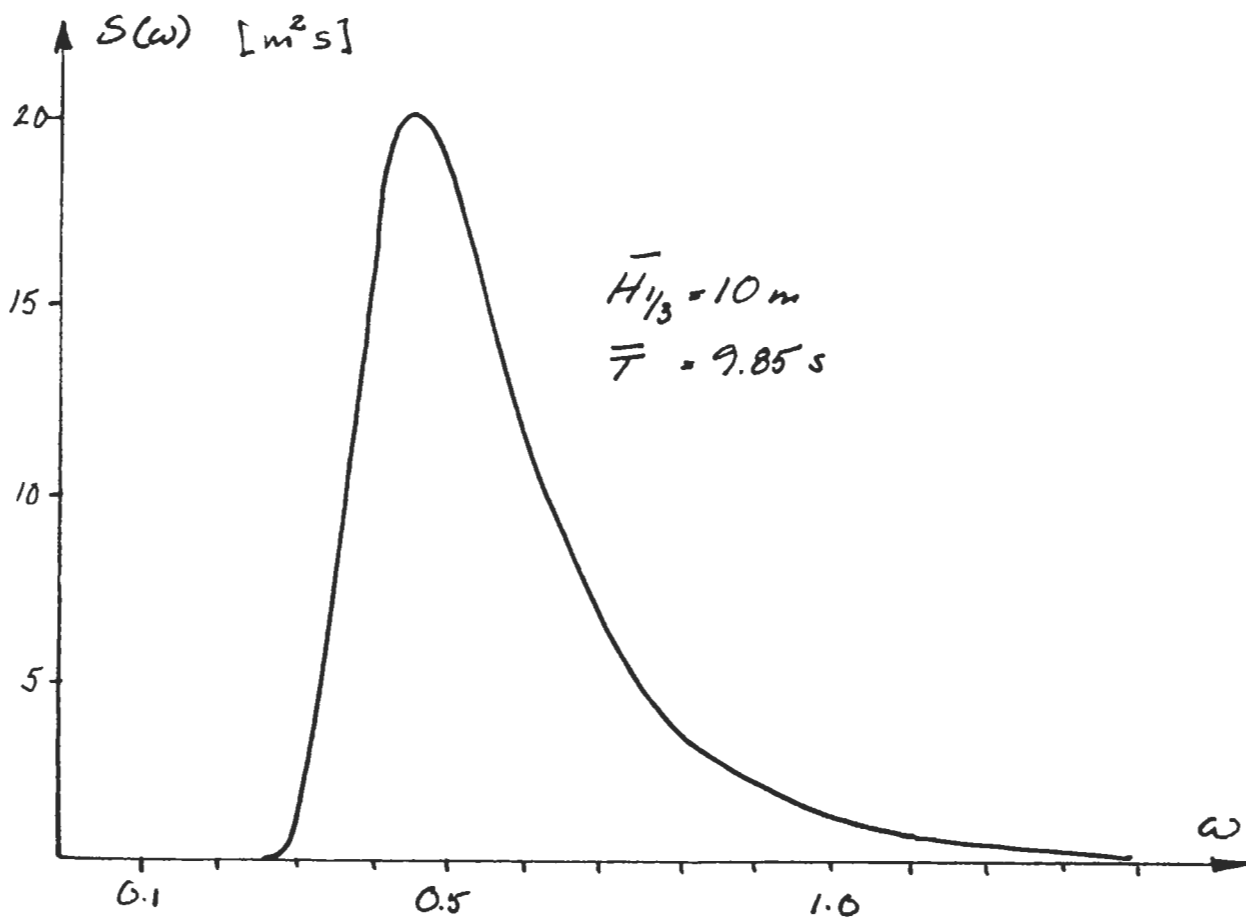
- Beräkna den mest sannolika största våghöjden under 5 år vid en genomsnittlig medelperiod av 7.6 s.
- Beräkna sannolikheten att en enskild våg överskrider 20 m våghöjd.

Ex. 5.1

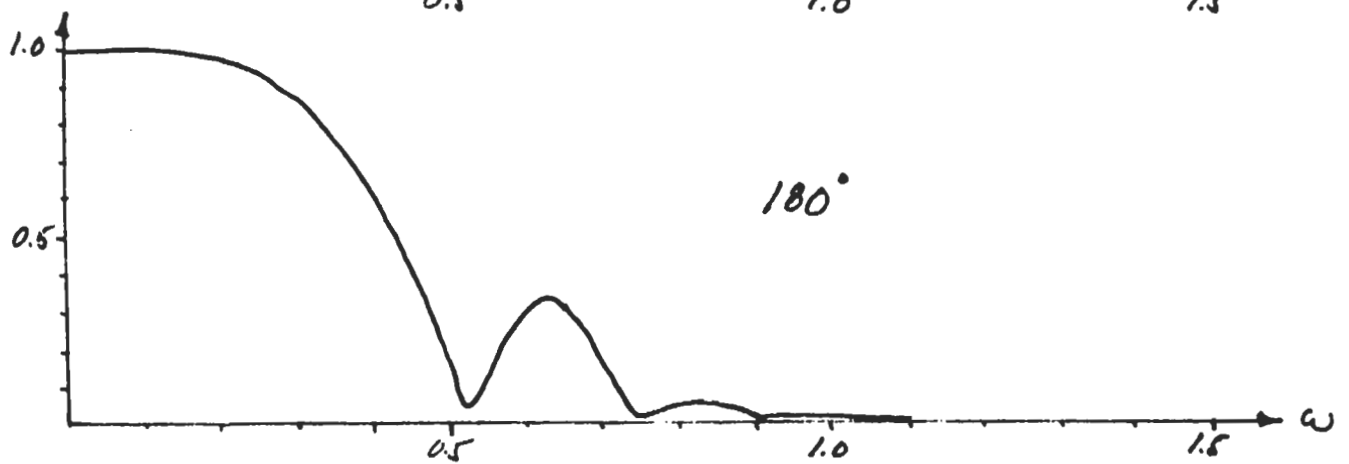
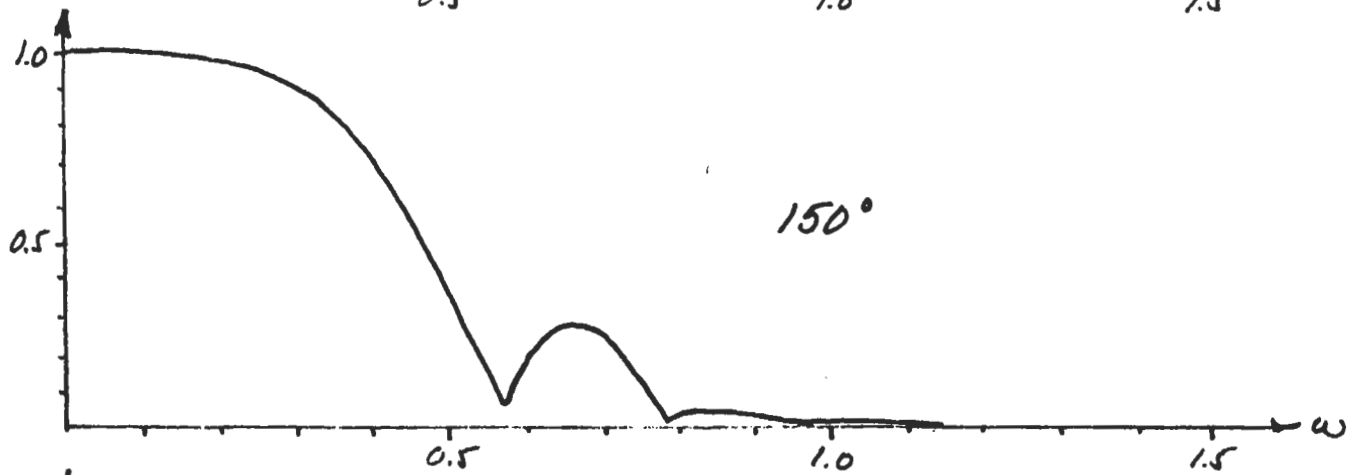
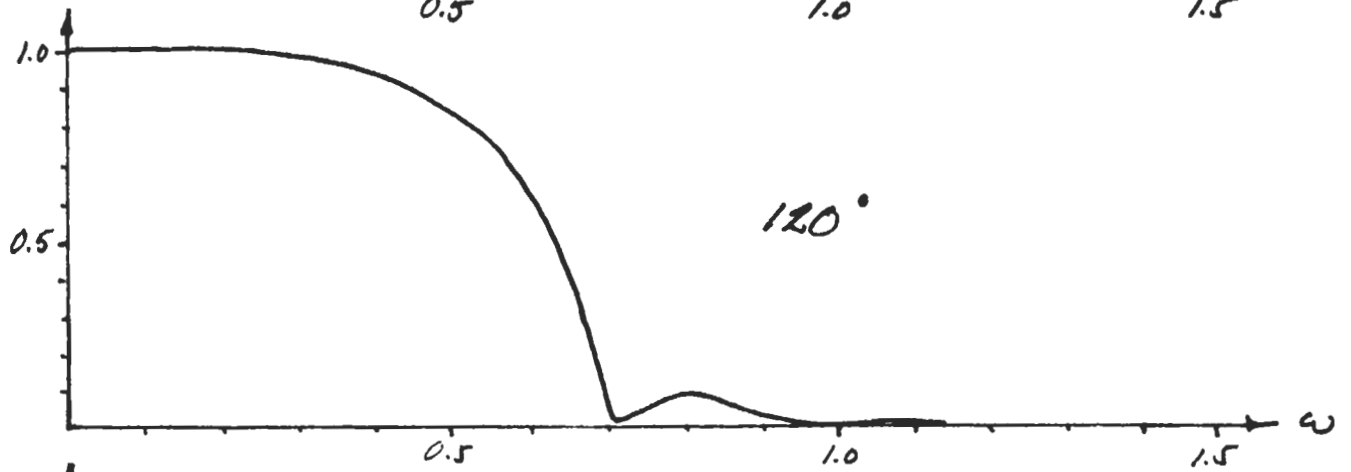
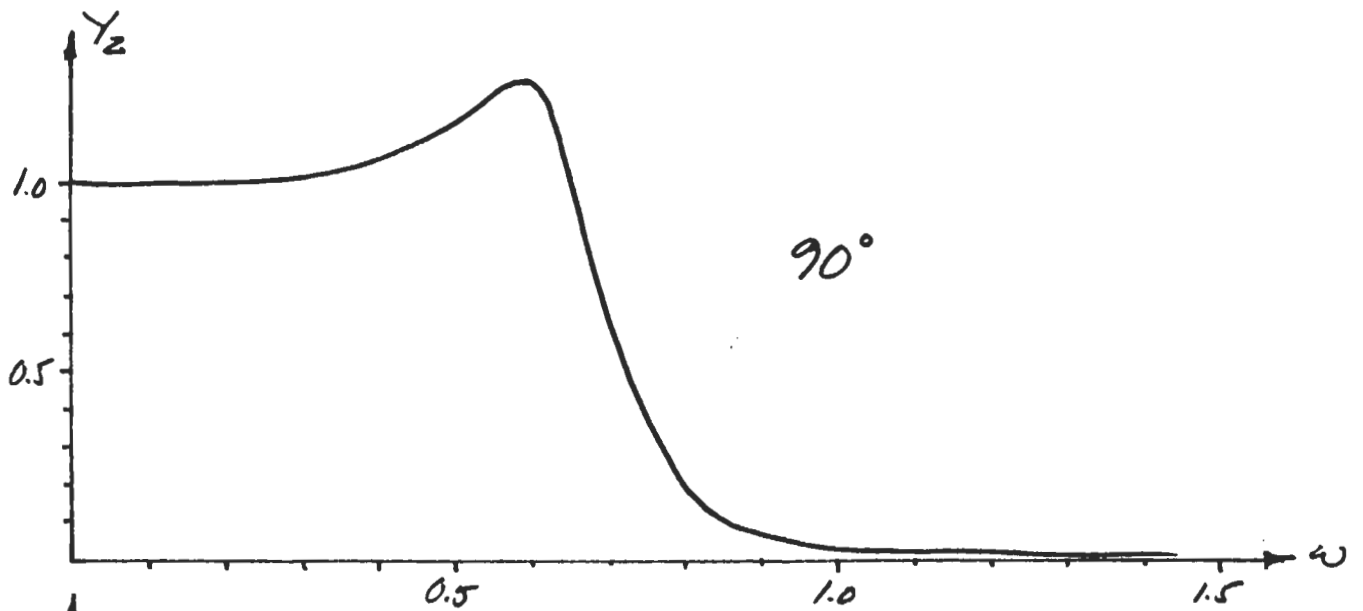
Beräkna spektrumoperatoren för hävning i långkammig resp kortkammig sjö för ett stilla liggande fartyg med stäven mot sjön ($\beta = 180^\circ$)

Givet: * Transferfunktioner för vågriktningarna 180° , 150° , 120° , 90° enl bifogade figurer

* Vågspektrum för det aktuella sjötillståndet



Ex. 5.1 forts.: Transferfunktioner, hävning.



Ex. 5.2

Ett fartyg med huvuddimensionerna:

$$\begin{array}{ll} L = 270 \text{ m} & C_B = 0.80 \\ B = 43.0 \text{ m} & \text{Tröghetsradie vid stampning } 0.25 \cdot L \\ T = 16.0 \text{ m} & \text{Fribordshöjd vid backen: } 8 \text{ m} \end{array}$$

går med en fart av 10 knop 150° mot sjön, vid ett sjötillstånd definierat av $\bar{H}_{1/3} = 8 \text{ m}$, $\bar{T} = 10 \text{ sek.}$

- Beräkna risken för slamming samt risken för vatten över däck.
- Vilket största vattentryck kan förväntas uppträda på backdäck under 2 tim gång?
- Vilken största vertikala acceleration kan förväntas uppträda på backdäcket?
- Om vi gör det konservativa antagandet att b) och c) uppträder samtidigt, hur stort blir då det maximala trycket på backdäcket som överskrids med sannolikheten 1%?

Ex. 5.3

Gör en uppskattning av accelerationerna vid rullning för ett stillaliggande fartyg med dimensionerna:

$$\begin{array}{ll} L = 95 \text{ m} & C_B = 0.80 \\ B = 15 \text{ m} & GM = 1.35 \\ T = 5.6 \text{ m} & \text{Tröghetsradie tvärskepps } 0.35 \cdot B \end{array}$$

i ett sjötillstånd definierat av

$$\bar{H}_{1/3} = 7 \text{ m} \quad \bar{T} = 8 \text{ s.}$$

- Beräkna mest sannolik största rullningsamplitud under 1 tim, då fartyget ligger 120° mot sjön.
- Beräkna mest sannolik största rullningsacceleration.
- Vilken största tvärskeppsacceleration på bryggan (14 m över G) överskrids med sannolikheten 10% då rotationscentrum för rullningsrörelsen antas ligga vid G.

Lösningar till Beräkningsexempel

Ex. 3.1 a

Bandbredden definieras i (3.11)

$$\epsilon_b = \sqrt{\frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4}} = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

Vi beräknar spektrumets moment m_0 , m_2 , m_4 genom summation

ω	$S(\omega) \cdot \Delta\omega$	$\omega^2 S(\omega) \cdot \Delta\omega$	$\omega^4 S(\omega) \cdot \Delta\omega$
0.35	0.25	0.031	0.004
0.45	0.71	0.144	0.029
0.55	0.81	0.245	0.074
0.65	0.56	0.237	0.100
0.75	0.33	0.186	0.104
0.85	0.19	0.137	0.099
0.95	0.12	0.108	0.098
1.05	0.07	0.077	0.085
1.15	0.05	0.066	0.087
1.25	0.02	0.031	0.049

$$\underline{m_0 = \Sigma = 3.110}$$

$$\underline{m_2 = \Sigma = 1.262}$$

$$\underline{m_4 = \Sigma = 0.730}$$

$$\underline{\underline{\epsilon_b = \sqrt{1 - \frac{(1.262)^2}{3.110 \cdot 0.730}} = 0.55}}$$

Lösningar

Ex. 3.1 b

Enligt (3.19) och (3.24) är

$$R_h = 2 m_0 = \underline{6.22} \text{ (vågenkelamplitud)}$$

$$R_H = 8 m_0 = \underline{24.88} \text{ (våghöjd, dubbelampl.)}$$

Ex. 3.1 c

Då våghöjderna antas vara R-fördelade blir signifikanta våghöjden enl (3.33-34)

$$\bar{H}_{1/3} = 1.4157 \sqrt{R_H} \sim \sqrt{2R_H} = 4 \sqrt{m_0}$$

$$\underline{\underline{\bar{H}_{1/3} = 7.05 \text{ m}}}$$

Då hänsyn tas till bandbreddens inflytande ger (3.39)

$$\bar{H}_{1/3} = 4 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2} \epsilon_b^2\right) m_0} = 4 \sqrt{0.85 \cdot m_0}$$

$$\underline{\underline{\bar{H}_{1/3} = 6.51 \text{ m}}}$$

Ex. 3.1 d

Medelperioden beräknas ur (3.12)

$$\bar{T}_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \underline{\underline{9.9 \text{ sekunder}}}$$

Lösningar

Ex. 3.2 a

$$1\frac{1}{2} \text{ tim} = 90 \text{ min} = 5400 \text{ sek}$$

$$\text{Under } 1\frac{1}{2} \text{ tim passerar } \frac{5400}{8} = 675 \text{ vågor} = N$$

(3.27) ger

$$H_Q = H_{1/N} = \sqrt{R_H \ln N} = \frac{\bar{H}_{1/3}}{1.416} \cdot \sqrt{\ln N}$$

$$\underline{H_Q = 10.8 \text{ m}}$$

Ex. 3.2 b

(3.30) ger

$$f = N(1 - C_f^2)$$

där i vårt fall $C_f = 1.3$

$$\underline{f = 675(1 - 1.3^2) = 0.011} \quad (\sim 1\%)$$

Ex. 3.2 c

(3.29) ger

$$H_{Qf} = H_{f/N} = \sqrt{R_H \ln \frac{N}{f}} = \frac{\bar{H}_{1/3}}{1.416} \sqrt{\ln \frac{N}{f}}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 675 \\ f = 0.001 \end{array} \right\} \quad \underline{H_{Qf} = 15.5 \text{ m}}$$

Lösningar

Ex. 4.1 a

(4.64) ger maximal "branthet"

$$S_s = 2/15 - \bar{T}/180 = 0.089$$

där

$$S_s = \frac{2\pi}{g} \frac{\bar{H}_{1/3}}{\bar{T}^2} \quad (4.62)$$

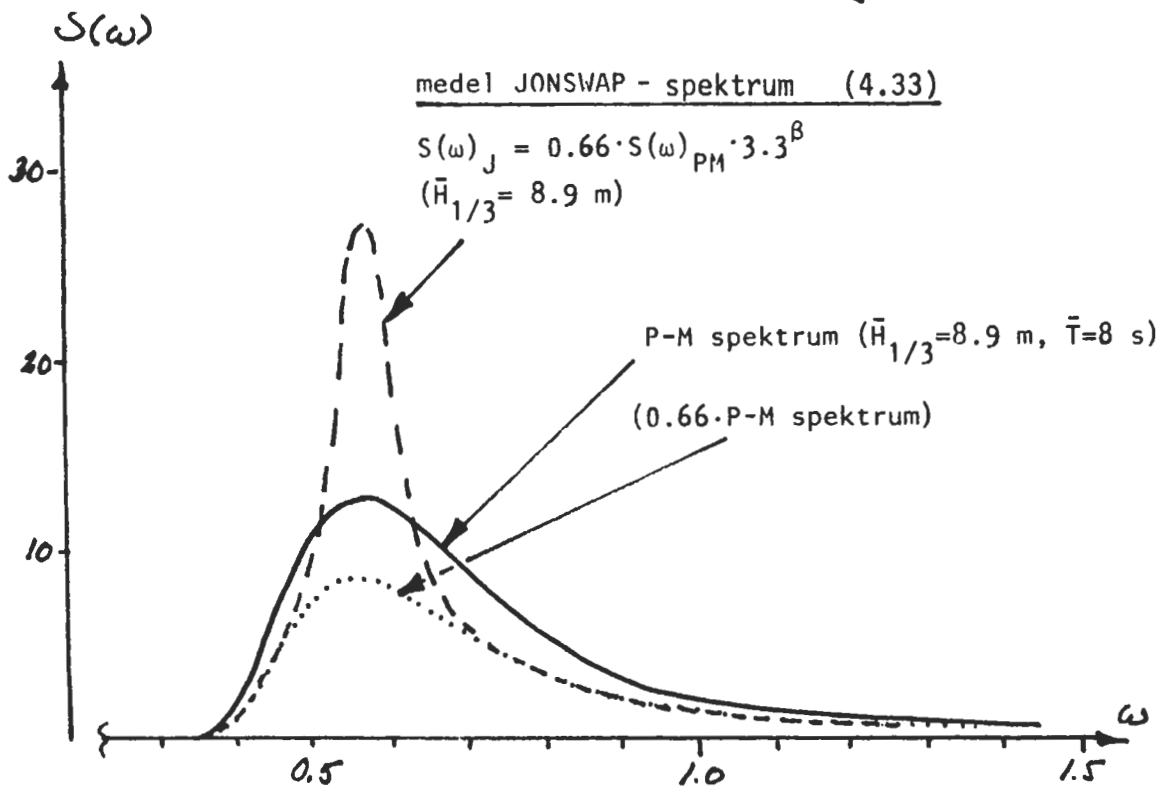
$$\begin{aligned} H_{1/3} &= S_s \cdot \bar{T}^2 \cdot \frac{g}{2\pi} = 0.089 \cdot 8^2 \cdot \frac{9.81}{2\pi} = \\ &= \underline{\underline{8.9 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Ex. 4.1 b-c

P-M spektrum

$$S(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{\left(\frac{-B}{\omega^4}\right)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \frac{\bar{\omega}_2^4 \bar{H}_{1/3}^2}{4\pi} = \frac{(2\pi)^4 \bar{H}_{1/3}^2}{4\pi \bar{T}^4} = \\ &= \underline{2.40} \\ B &= \frac{\bar{\omega}_2^4}{\pi} = \frac{(2\pi)^4}{\pi \bar{T}^4} = \underline{0.121} \end{aligned} \right.$$



Lösningar

Ex. 4.1 d

PM- och JONSWAP-spektrum med samma pikfrekvens ω_m ger inte samma medelperiod $\bar{T}_0 = \frac{2\pi}{\omega_2}$.

Eftersom en mycket större del av energin ligger samland kring ω_m för JONSWAP-spektrumet kommer $\bar{\omega}_2$ att ligga nära ω_m .

$$T_m = \frac{2\pi}{\omega_m} = 11.3 \text{ sek}$$

$$\bar{T}_{0PM} = 8 \text{ sek}$$

$$\underline{8 \text{ s} < \bar{T}_{0JONSWAP} < 11.3 \text{ s}}$$

Lösningar

Ex. 4.2

Långtidsfördelningen för enskilda våghöjder kan beräknas genom summering av sannolikheter för överskridande vid olika signifikanta våghöjder (korttidsfördelningar).

För ett givet korttidsstillstånd är sannolikheten att en våghöjd H överskrids approximativt Rayleighfördelad

$$Q(H) = e^{-\frac{H^2}{R_H}} \quad (3.25)$$

$$\text{där } \sqrt{R_H} = \frac{\bar{H}_{1/3}}{1.416}$$

I tabell över norra Nordatlantens vågstatistik (Fig 4.13) är våghöjden visuellt observerad.

Vi använder här Nordenströms samband mellan visuell och signifikant våghöjd

$$\bar{H}_{1/3} = 1.68 \cdot H_v^{0.75} \quad (4.37)$$

$$\underline{R_H} = (1.19 H_v^{0.75})^2$$

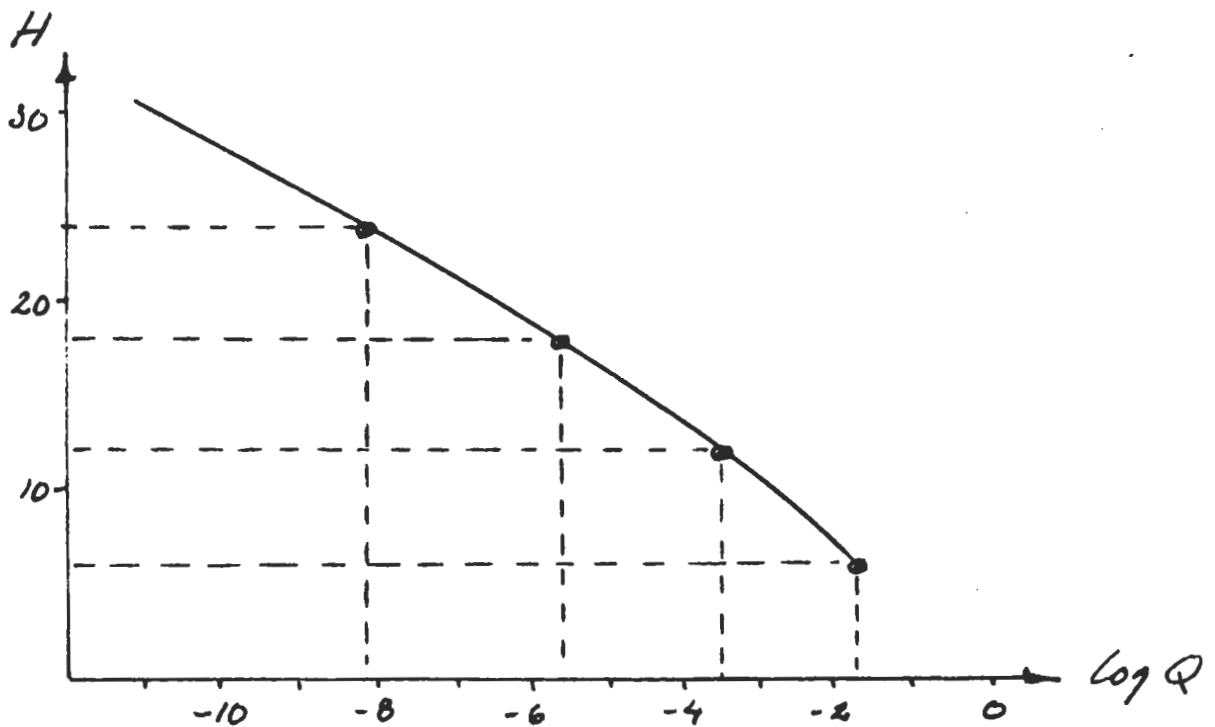
I tabellen på nästa sida visas beräkningen av sannolikheten för att våghöjderna

$H = 6, 12, 18, 24$ m skall överskridas.

Lösningar

Ex. 4.2 forts.

H_V	p	R_H	$p \cdot Q_H(6)$	$p \cdot Q_H(12)$	$p \cdot Q_H(18)$	$p \cdot Q_H(24)$
0-1 ~ 0.5	0.190291	0.50	—	—	—	—
1-2 ~ 1.5	0.362941	2.60	$3.52 \cdot 10^{-7}$	—	—	—
2-3 ~ 2.5	0.229629	5.60	$3.71 \cdot 10^{-4}$	—	—	—
3-4 ~ 3.5	0.115724	9.27	$2.38 \cdot 10^{-3}$	$2.08 \cdot 10^{-8}$	—	—
4-5 ~ 4.5	0.056400	13.52	$3.93 \cdot 10^{-3}$	$1.34 \cdot 10^{-6}$	—	—
5-6 ~ 5.5	0.013702	18.27	$1.91 \cdot 10^{-6}$	$5.17 \cdot 10^{-6}$	$2.72 \cdot 10^{-10}$	—
6-7 ~ 6.5	0.014605	23.47	$3.15 \cdot 10^{-3}$	$3.16 \cdot 10^{-5}$	$1.48 \cdot 10^{-8}$	—
7-8 ~ 7.5	0.007772	29.09	$2.25 \cdot 10^{-3}$	$5.50 \cdot 10^{-5}$	$1.13 \cdot 10^{-7}$	$1.96 \cdot 10^{-11}$
8-9 ~ 8.5	0.004555	35.09	$1.63 \cdot 10^{-3}$	$7.52 \cdot 10^{-5}$	$4.45 \cdot 10^{-7}$	$3.39 \cdot 10^{-10}$
9-10 ~ 9.5	0.004220	41.46	$1.77 \cdot 10^{-3}$	$1.31 \cdot 10^{-4}$	$1.70 \cdot 10^{-6}$	$3.91 \cdot 10^{-9}$
10-11 ~ 10.5	0.000088	48.18	$4.17 \cdot 10^{-5}$	$4.43 \cdot 10^{-6}$	$1.06 \cdot 10^{-7}$	$5.65 \cdot 10^{-10}$
11- ~ 11.5	0.000073	55.23	$3.80 \cdot 10^{-5}$	$5.38 \cdot 10^{-6}$	$2.07 \cdot 10^{-7}$	$2.16 \cdot 10^{-9}$
Σ			$1.75 \cdot 10^{-2}$	$3.09 \cdot 10^{-4}$	$2.59 \cdot 10^{-6}$	$6.99 \cdot 10^{-9}$



Lösningar

Ex. 4.3 a

$$5 \text{ år} = 5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ sekunder} = 1.58 \cdot 10^8 \text{ s}$$

En genomsnittlig vågmedelperiod $\bar{T} = 7.6 \text{ s}$ ger

$$N = \frac{1.58 \cdot 10^8}{7.6} = 2.1 \cdot 10^7 \text{ vågor}$$

$$Q = \frac{1}{N} = 4.82 \cdot 10^{-8}$$

$$Q(H) = e^{-\left(\frac{H}{2}\right)^{1.2}}$$

$$-\left(\frac{H}{2}\right)^{1.2} = \ln Q$$

$$H = 2 \cdot (-\ln Q)^{\frac{1}{1.2}}$$

$$\underline{\underline{H = 21 \text{ m}}}$$

Ex. 4.3 b

(4.45) ger

$$H_{Qf} = 2 \left(\ln \left(\frac{1}{1 - (1-f)Q} \right) \right)^{\frac{1}{1.2}} = 20$$

$$\ln \left(\frac{1}{1 - (1-f)Q} \right) = \left(\frac{H}{2} \right)^{1.2} = 15.85$$

$$\frac{1}{1 - (1-f)Q} = e^{15.85}, \quad 1 - e^{-15.85} = (1-f)Q$$

$$\underline{\underline{f = 1 - (1 - e^{-15.85})Q = 0.94}}$$

Lösningar

Ex. 5.1

Beräkningar kan delas upp i följande steg:

- i) Beräkna gensvarsspektrum för de olika relativa vågriktningarna
- ii) Spektrumoperatoren för långkammig sjö erhålls ur gensvarsspektrum 180°
- iii) Spektrumoperatoren för kortkammig sjö erhålls genom att vikta de olika riktningsskomponenterna enligt någon lämplig spridningsfunktion $f(\mu)$ och sedan summera deras resp bidrag.

På följande sida visas gensvarsspektrum

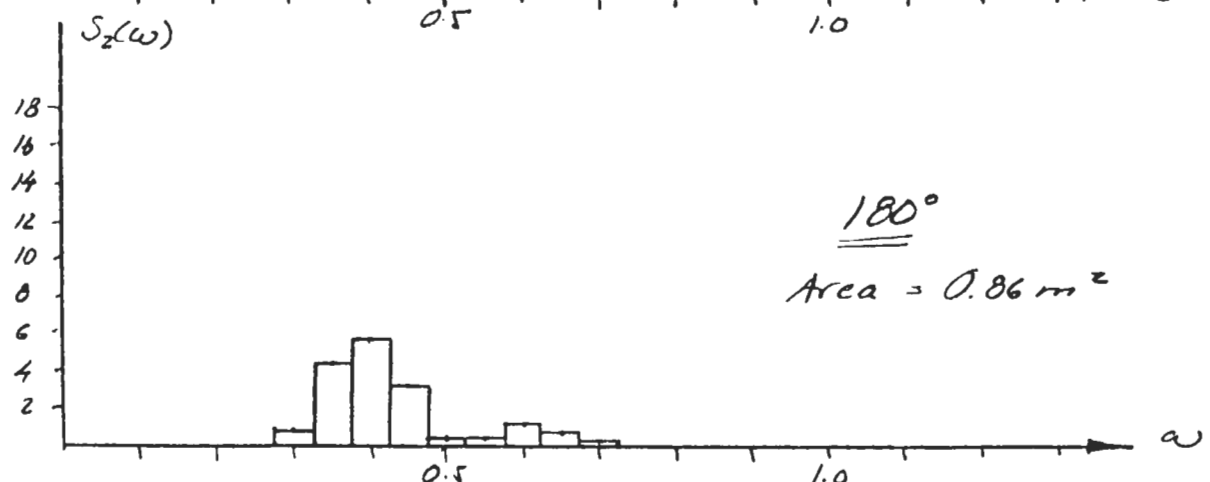
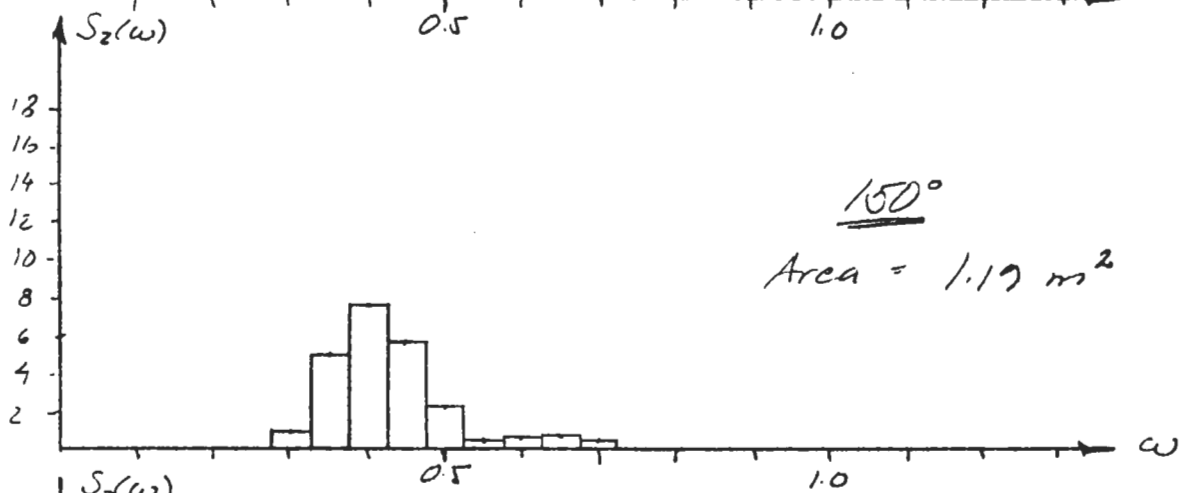
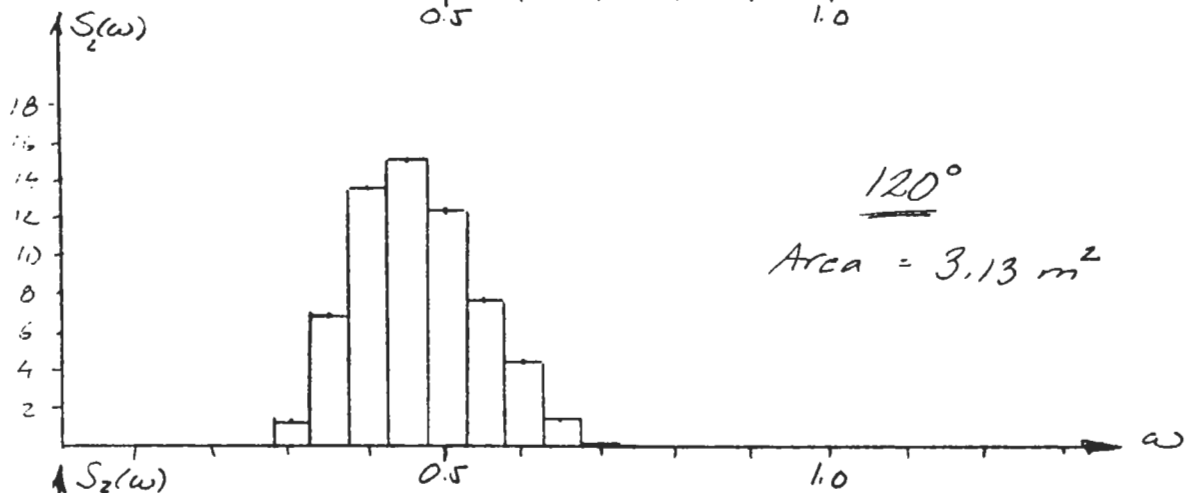
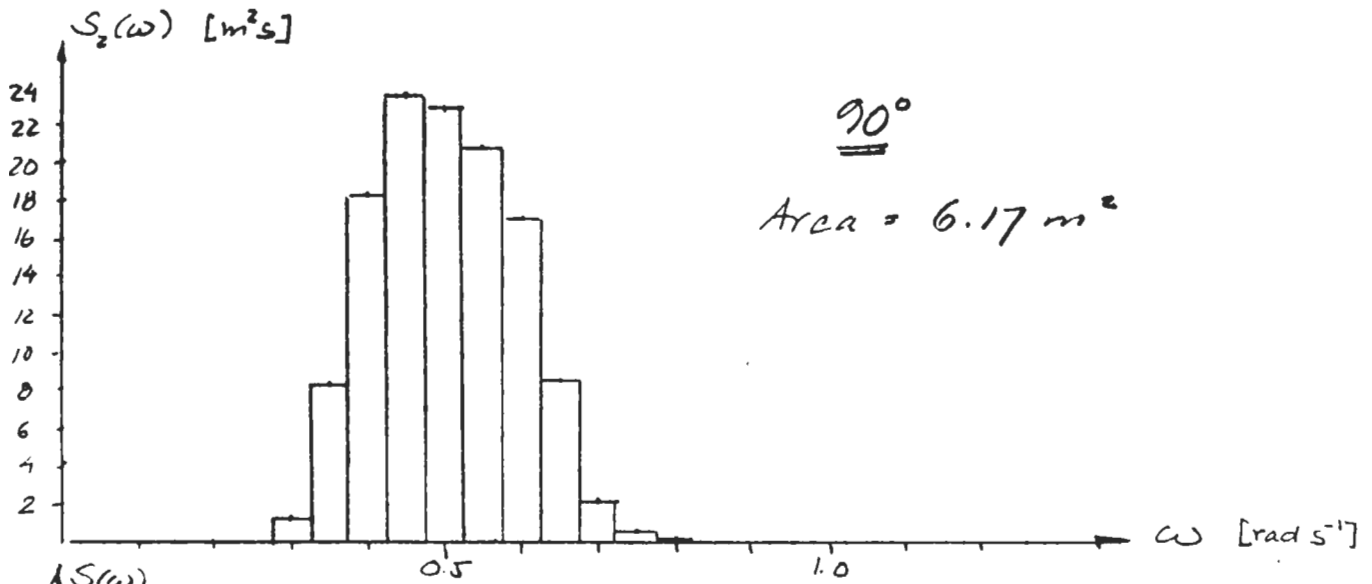
$$\underline{S_z(\omega) = Y^2(\omega) \cdot S_\zeta(\omega)}$$

för vågriktningarna 90° , 120° , 150° och 180° .

(Eftersom fartyget ligger stilla blir vågfrekvens och mötande frekvens desamma, $\omega = \omega_e$, och vågspektrumet behöver inte transponeras om för de olika riktningarna).

Lösningar

5.1 (forts)



Lösningar

5.1 (forts)

Spektrumoperatör för långkammig sjö (180°) blir

$$S = \frac{\bar{z}_{1/3}}{\bar{H}_{1/3}} = \frac{2 \cdot \bar{z}_{1/3}}{\bar{H}_{1/3}}$$

där $\bar{z}_{1/3} = 2 \sqrt{\text{spektrumarean}} = 2 \sqrt{0.86} = 1.85 \text{ m}$

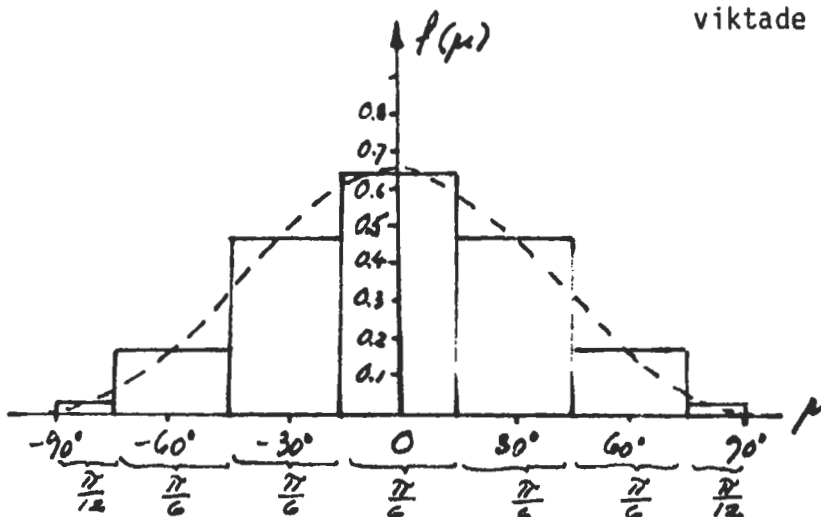
$$S = \frac{2 \cdot 1.85}{10} = 0.37$$

Spektrumoperatör för kortkammig sjö beräknas

m h a spridningsfunktionen $f(\mu)$ enl (4.34)

$$f(\mu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \mu$$

De olika spektrumareorna summeras viktade enl figuren intill.



$$S = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{1.45}}{10} = 0.48$$

Spektrumarean för kortkammig sjö

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} \cdot 0.63 \cdot A(180^\circ) &= 0.33 \cdot 0.86 = 0.28 \text{ m}^2 \\ 2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 0.47 \cdot A(150^\circ) &= 0.49 \cdot 1.19 = 0.59 \text{ m}^2 \\ 2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 0.16 \cdot A(120^\circ) &= 0.17 \cdot 3.13 = 0.52 \text{ m}^2 \\ 2 \cdot \frac{\pi}{12} \cdot 0.02 \cdot A(90^\circ) &= 0.01 \cdot 6.17 = +0.06 \text{ m}^2 \\ & \underline{\underline{1.45 \text{ m}^2}} \end{aligned}$$

Lösningar

Ex. 5.2

$$\underline{L/B = 6.3 \quad B/T = 2.7 \quad C_B = 0.80}$$

$$\underline{\bar{T} = 10 \text{ s} \quad \bar{T}\sqrt{g/2\pi L} = 0.76}$$

$$\underline{V = 10 \text{ kn} \quad F_{nL} = V\sqrt{gL} = 0.10}$$

5.2 a För beräkning av slamming och vatten på däck behövs gensvaren:

relativ rörelse vid FP, (r)

relativ hastighet vid FP, (\dot{r})

Fartygets huvuddimensioner motsvarar

I.B i Appendix A

Ur Fig A.21 erhålles
$$\frac{\bar{R}_{1/3}}{\bar{H}_{1/3}} = 1.62$$

Ur Fig A.24:
$$\frac{\bar{\dot{R}}_{1/3}}{\bar{H}_{1/3}} \sqrt{\frac{L}{g}} = 5.8$$

(5.26) ger risken för slamming

$$P(\text{slam}) = Q_r(\dot{r}_t)Q_r(T) = e^{-\left(\frac{\dot{r}_t}{R_r} + \frac{T}{R_r}\right)^2}$$

där $\dot{r}_t = 0.09\sqrt{Lg} = \underline{4.63}$ (5.25)

$$R_r = \frac{\bar{R}_{1/3}^2}{8} = \frac{(1.62 \cdot 8)^2}{8} = \underline{21.0 \text{ m}^2}$$

$$R_r = \frac{\bar{\dot{R}}_{1/3}^2}{8} = \frac{(5.8 \cdot 8)^2 \cdot g}{8 \cdot L} = \underline{9.78 \text{ (m/s)}^2}$$

Lösningar

5.2 a (forts)

$$\underline{P(\text{slam})} = e^{-\left(\frac{4.63^2}{9.78} + \frac{16^2}{21}\right)} = \underline{6.10^{-7}}$$

Risken för slamming är alltså mycket liten!

Ex 5.2 b

Det mest sannolika största vattentrycket som förväntas uppträda på däckets kan beräknas ur (5.32)

$$p = \rho g (\sqrt{R_r \ln N} - F)$$

Medelmötande perioden beräknas ur (5.34)

$$\bar{T}_e = 1 / \left(\frac{1}{T} - v \frac{2\pi}{gT^2} \cos\beta \right) = 7.78 \text{ s}$$

$$N = \frac{2 \cdot 60 \cdot 60}{7.78} = \underline{925 \text{ vågmöten}}$$

$$\begin{aligned} \underline{p} &= 1025 \cdot 9.81 \cdot (\sqrt{21 \cdot \ln(925)} - 8) = \\ &= \underline{4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2} \end{aligned}$$

Ex 5.2 c

Ur Fig A.27 erhålles

$$\frac{\bar{A}_{v1/3}}{\bar{H}_{1/3}} \cdot \frac{L}{g} = 10.9 \quad R_a = \frac{\bar{A}_{v1/3}^2}{8} = \underline{1.25}$$

Mest sannolik största acceleration under 2 tim blir

$$\underline{a_{\max}} = \sqrt{R_a \ln N} = \sqrt{1.25 \ln(925)} = \underline{2.9 \text{ m/s}^2}$$

Lösningar

Ex 5.2 d

Då hänsyn tas till vertikala accelerationen kan mest sannolikt största tryck skrivas:

$$p_{\max} = \rho(g+a) (\sqrt{R_r \cdot 1nN} - F)$$

där

$$a = \sqrt{R_a \cdot 1nN}$$

(Under förutsättning att maximal vertikal acceleration och vatten på däck uppträder samtidigt).

Det största trycket som överskrids med risken $f = 0.01$ blir

$$\begin{aligned} p_{f\max} &= \rho \left(g + \sqrt{R_a \cdot 1n \frac{N}{f}} \right) \left(\sqrt{R_r \cdot 1n \frac{N}{f}} - F \right) = \\ &= 1025 \cdot (9.81 + 3.78) \cdot (15.5 - 8) = \underline{\underline{1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}} \quad (\sim 10 \text{ mvp}) \end{aligned}$$

Lösningar

Ex. 5.3

$$\underline{L/B = 6.3 \quad B/T = 2.7 \quad C_B = 0.80}$$

$$\underline{GM/B = 0.09}$$

$$\underline{\bar{T} = 8 \text{ s} \quad \bar{T} \sqrt{g/2\pi L} = 1.03}$$

$$\underline{V = 0}$$

5.3 a

Rullningsgensvaret fås genom interpolation i Fig A.9, A.10, A.12

$$\frac{\bar{\Phi}_{1/3}}{\bar{H}_{1/3}} \cdot L \approx 6.7 \quad \underline{R_\varphi = \frac{\bar{\Phi}_{1/3}^2}{8} = 0.030 \text{ rad}^2}$$

Enligt sid 5.15 i kompendiet kan man anta att rullning uppträder med egenperioden

$$T_\Phi = \frac{2\pi \kappa B}{\sqrt{gGM}} \quad (5.35)$$

där

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{vatten}} &\approx [1 + 0.04(B/T)] \cdot \kappa_{\text{luft}} & (5.36) \\ &= 1.11 \cdot \kappa_{\text{luft}} = \underline{0.39} \end{aligned}$$

$$\underline{T_\Phi = 10.0 \text{ s}}$$

$$N = \frac{1 \cdot 60 \cdot 60}{10} = 360 \text{ rullningscykler}$$

$$\underline{\varphi_{\max} = \sqrt{R_\varphi \cdot \ln N} = 0.42 \text{ rad} = 24^\circ !!}$$

Lösningar

5.3 b

Rullningsrörelsen kan skrivas:

$$\xi = a_\varphi \cdot \cos \omega t$$

$$\dot{\xi} = -a_\varphi \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

$$\ddot{\xi} = \underbrace{-a_\varphi \cdot \omega^2}_{\text{(acc.amplitud)}} \cdot \cos \omega t$$

(acc.amplitud)

Om vi antar att all rullning sker med egenfrekvensen

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = 0.628$$

blir

$$\ddot{\varphi}_{1/3} = \bar{\varphi}_{1/3} \cdot 0.628^2 = 0.395 \bar{\varphi}_{1/3}, \quad [\text{rad/s}^2]$$

och

$$R\ddot{\varphi} = 0.395^2 R\varphi$$

mest sannolik största rulln.acc. blir då:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\ddot{\varphi}_{\max}}} &= 0.395 \sqrt{R\varphi \ln N} \\ &= \underline{\underline{0.20 \text{ rad/s}^2}} \end{aligned}$$

Ex. 5.3 c

Största rullningsacceleration som överskrids med risken $f = 0.1$ blir:

$$\ddot{\varphi}_{f\max} = 0.395 \cdot \sqrt{R\varphi \ln \frac{N}{f}} = \underline{\underline{0.24 \text{ rad/s}^2}}$$

Denna ger upphov till en tvärskeppsacceleration på bryggan

$$\underline{\underline{a_{f\max}}} = \ddot{\varphi}_{f\max} \cdot 14 = 3.3 \text{ m/s}^2$$